

Lección Inaugural

F. Javier de las Nieves

3 de octubre de 2025



UNIVERSIDAD
DE ALMERÍA

APLICACIÓN DE MODELOS FÍSICOS A MERCADOS FINANCIEROS

Antonio Puertas¹
Juan Evangelista-Trinidad²
Miguel A. Sánchez-Granero³
Joaquín Clara Rahola⁴
F. Javier de las Nieves⁵

Excmo. y Magnífico Sr. Rector de la Universidad de Almería.

Excmo. Sr. Consejero, Excmas. autoridades.

Estimados compañeros del Personal Docente e Investigador, del Personal de Gestión, Técnico y de Administración y Servicios, estudiantes.

Queridos amigos que me acompañáis, querida familia.

En primer lugar, quiero agradecer al Sr. Rector su propuesta para impartir esta Lección Inaugural del curso académico 2025-2026. Para mí es un gran honor impartir esta lección justo el curso en el que comienza el Grado de Física en la UAL, grado interuniversitario que se impartirá conjuntamente con la Universidad de Huelva.

Pero este gran honor es aún mayor, pues acabo de jubilarme hace un mes, y ya como Profesor Emérito es un momento especial poder despedirme de mis actividades académicas regulares, pudiendo impartir esta lección inaugural. Qué mejor momento para poder despedirme de este trabajo al que he dedicado 47 años. Por eso, Sr. Rector le reitero mi especial agradecimiento.

Para esta última lección he querido mostrarles las últimas colaboraciones con el grupo de investigación al que pertenezco, concretamente centradas en un campo relativamente nuevo que podríamos denominar Econofísica.

Una de las consideraciones que hacía a mis alumnos de la Licenciatura de Física, cuando era profesor en la Universidad de Granada, era precisamente la «versatilidad»

1 Departamento de Química y Física, UAL

2 Departamento de Economía y Empresa, UAL

3 Departamento de Matemáticas, UAL

4 Facultad de Económicas y Empresariales, U. de Girona

5 Departamento de Química y Física, UAL

que adquirirían los estudiantes que terminaban dicha titulación. Desde los físicos que acababan desarrollando su investigación en el mundo de la Informática (por ejemplo, en la UAL tenemos varios catedráticos y catedráticas que trabajan en áreas de informática), a aquellos que actualmente son mayoría entre los investigadores dedicados al desarrollo de la Inteligencia Artificial; por supuesto, también astrofísicos, o los dedicados a Física Cuántica y Física Nuclear, o a otras partes más experimentales como desarrollo de nuevos materiales. En mi caso, después de hacer la especialidad de Física Fundamental en la Universidad de Granada, seguí haciendo mi tesis en un campo puramente experimental de Termodinámica de Procesos Irreversibles. Para después, tras varias estancias postdoctorales, continuar en el campo de Ciencia de Coloides o lo que podríamos denominar «materia Blanda» (Soft Matter), en el que terminé dirigiendo proyectos competitivos y la mayoría de las 10 tesis doctorales que he dirigido. Pero esa versatilidad que mencionaba, en mi caso llegó a su máxima expresión cuando durante 8 años estuve fuera de la universidad y me dediqué a la gestión de la I+D+i a nivel provincial y andaluz. A mi vuelta al sistema universitario también me dediqué a la gestión de la I+D+i, como vicerrector durante un año y medio. Tras 10 años fuera de lo que realmente era el trabajo de investigación, fue a mediados de 2015 cuando mi compañero Antonio Puertas «tiró» de mí para colaborar en una idea nueva, propuesta por nuestro compañero Joaquín Clara Rahola, Quim, que en esos años estaba como postdoc en la UAL.

La idea de que las oscilaciones de las partículas coloidales podían semejarse a las fluctuaciones en el mercado de divisas resultó especialmente atractiva. Aparte de 3 físicos hablando de estos temas, en concreto de la fluctuación en el tipo de cambio entre el euro y el dólar, necesitábamos la aportación de alguien que nos interpretara los resultados desde un punto de vista económico y financiero. Durante el periodo que estuve de vicerrector de investigación y de candidato al rectorado, había conocido al Profesor Juan Evangelista Trinidad catedrático de economía financiera y, después de los consejos del Prof. Salvador Cruz Rambaud, también conocí a Miguel Ángel Sánchez Granero, matemático (catedrático de Geometría y Topología). Estos dos profesores ya formaban un grupo de trabajo dedicado al mundo de las finanzas y sus modelos de ajuste matemáticos a través de la computación.

Pues bien, con esta variopinta composición, 3 físicos, 1 matemático y 1 economista, eso sí, en ese momento todos profesores de la Universidad de Almería, comenzamos nuestra investigación en el mundo de la Econofísica.

Por esto, al título de la lección: «Aplicación de modelos Físicos a Mercados Financieros», tengo que añadir como autores a los otros 4 investigadores que hemos formado este grupo de trabajo.

Comencemos diciendo que el nacimiento formal de la Econofísica se sitúa en 1996, cuando H. Eugene Stanley y otros autores publican el trabajo «Anomalous Fluctuations in the dynamics of complex systems: from DNA and physiology to Econophysics». Es decir, estudiaban las fluctuaciones en sistemas complejos tan diversos como las finanzas y la fisiología, y, por tanto, se trata de un campo relativamente nuevo.

En nuestro caso, la idea principal era aplicar nuestros conocimientos de la dinámica de partículas en suspensiones coloidales a las fluctuaciones del mercado de divisas.

Las suspensiones coloidales forman parte de lo que se llaman fluidos complejos o, como se conoce actualmente, materia blanda (Soft Matter). Están compuestos por al menos dos fases, siendo una de ellas un líquido simple y la otra partículas o macromoléculas, de un tamaño entre 100 y 100.000 veces más pequeño que un milímetro (del orden de micrómetros, $1\mu\text{m}=10^{-6}\text{ m}$).

Una de las características principales de lo que denominamos materia blanda es que presenta un comportamiento viscoelástico.

A diferencia de los fluidos newtonianos (agua y otros líquidos), que tienen una viscosidad constante, independiente de la velocidad o el esfuerzo con el que se deformen, los fluidos viscoelásticos tienen una viscosidad que varía, y mezcla un comportamiento viscoso, propio de un fluido, un comportamiento elástico, propio de un sólido. En el siguiente vídeo podemos ver un experimento en el que un cuerpo choca contra una superficie y recupera su forma original, como corresponde a un sólido elástico, pero después, cuando el esfuerzo aplicado es mucho menor (su propio peso), su comportamiento cambia a líquido y «fluye», como lo haría una gota de líquido.

<https://www.youtube.com/shorts/FsqPbO1GgSk>

También podemos ver otros ejemplos más espectaculares, con el mismo fenómeno físico: comportamiento de sólido elástico cuando la velocidad de deformación es grande, y comportamiento de fluido viscoso cuando es pequeña:

<https://www.youtube.com/shorts/LzRKbHsZpK8>

<https://www.youtube.com/shorts/cJYmRsAn-7l>

Ejemplos más comunes podemos encontrar en nuestra vida diaria, como un bote de ketchup. Si lo volcamos, el ketchup no fluye, pero si le damos un golpe (alta velocidad de deformación) su comportamiento es el de un líquido, salpicando y mojando. Otros ejemplos similares son los geles de baño, o las pinturas: si intentamos remover una lata de pintura despacio, debemos hacer un gran esfuerzo (fluido muy viscoso), mientras si la removemos rápido, es mucho más fácil (baja viscosidad).

El comportamiento viscoelástico aparece más pronunciado cuando el fluido se encuentra cerca de una transición vítrea. Esto es, una transición del estado líquido a un sólido amorfo (no cristalino), que puede ser inducida por una bajada de temperatura o compresión del sistema. A este tipo de sistemas los llamamos líquidos subenfriados, líquidos con comportamiento viscoelástico, y cerca de una transición vítrea.

En esta lección, mostraré dos ejemplos en los que los modelos físicos propios para describir la dinámica de estos sistemas coloidales, pueden emplearse en un campo tan diferente y alejado del que he descrito anteriormente como los mercados financieros.

En la Figura 1 se muestra un ejemplo de las fluctuaciones que experimenta el cambio euro-dólar en intervalos de 1 minuto, para tiempos de hasta 7 días (parte a). En la parte (b) se muestra la trayectoria cartesiana de una partícula coloidal para tiempos de 1200 minutos (20 horas), como si estuviera dispersa en un fluido bidimensional (de ahí las coordenadas «x» e «y»).

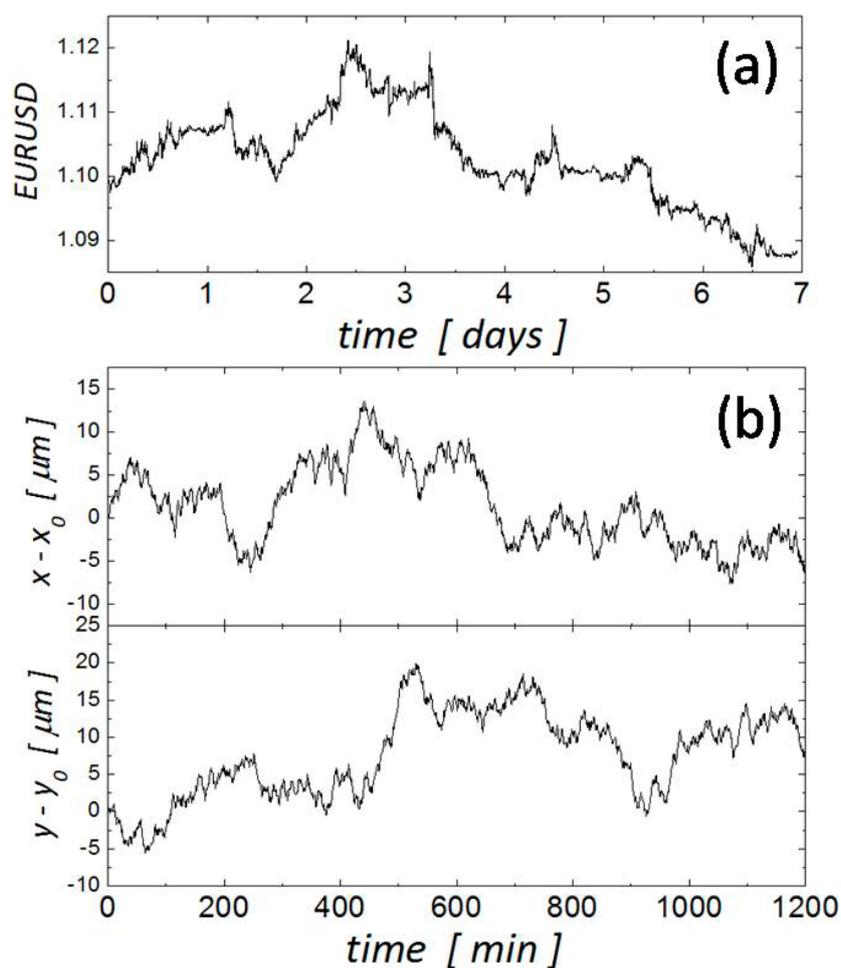


Figura 1: Evolución a lo largo del tiempo del precio de cambio EURUSD (a) y trayectorias cartesianas de un coloide incrustado en un vidrio coloidal cuasi bidimensional (b).

En principio es algo que podría parecer errático y, según la escala que se utilice podría ser insignificante o incluso sólo producto del «ruido» de una señal. Téngase en cuenta que la fluctuación del cambio EURUSD está entre 1,09 y 1,12, aproximadamente entre 3 y 4 céntimos. Y en los desplazamientos estamos hablando de cambios en micras.

Las oscilaciones de partículas coloidales dispersas en un fluido, sometidas al movimiento Browniano, se podrían observar a través de un microscopio. Estas suspensiones se componen de partículas modelo, es decir, esféricas y prácticamente todas del mismo tamaño. Las partículas realizan un movimiento al azar, se podría decir que oscilan alrededor de sus posiciones de equilibrio y están limitadas en su movimiento por la presencia de otras partículas.

La representación de estas fluctuaciones en una gráfica es lo que se ha representado en la figura 1 b. Viendo cierta semejanza entre las gráficas de la figura 1, tanto la parte a) como la b), cabría preguntarse qué podrían tener en común dichas gráficas, que representan sistemas totalmente diferentes. Nos preguntamos si la dinámica de los mercados de cambio de divisas y la de los sistemas coloidales exhiben una simetría significativa y si, en última instancia, las fluctuaciones financieras se pueden describir por leyes físico-matemáticas equivalentes.

Hemos de tener en cuenta que la dinámica coloidal está impulsada por parámetros como los cambios de temperatura y densidad del solvente en el que se encuentran, las interacciones entre partículas, la densidad de éstas en un fluido, el campo eléctrico; mientras que la dinámica del mercado está determinada por parámetros de naturaleza muy diferente, como el volumen de negociación, el número de inversores en un periodo dado o el equilibrio entre oferta y demanda.

Para analizar dichas analogías, nos planteamos el uso de la Física Estadística y primero calculamos las fluctuaciones del precio de cambio en el mercado del Euro-Dólar americano (EURUSD), es decir, las diferencias entre los precios separados un intervalo de tiempo característico, τ :

$$\delta p(\tau) = \langle p(t_0 + \tau) - p(t_0) \rangle \quad (\text{Ec. 1})$$

donde los corchetes indican promedio temporal para diferentes orígenes de tiempo t_0 . Fijando la magnitud de τ podemos construir la función de distribución de probabilidad (PDF) de $\delta p(\tau)$, en analogía con la función de distribución de desplazamientos standard de partículas. En la figura 2 se muestra esa PDF para los años 2001 y 2007 (años con una evolución económica particular), y para un periodo completo desde 2010 hasta

2015, con intervalos de tiempo $\tau = 25, 125, 625$ minutos (desplazados verticalmente para diferenciarlos, siendo la de 625 minutos la más plana)

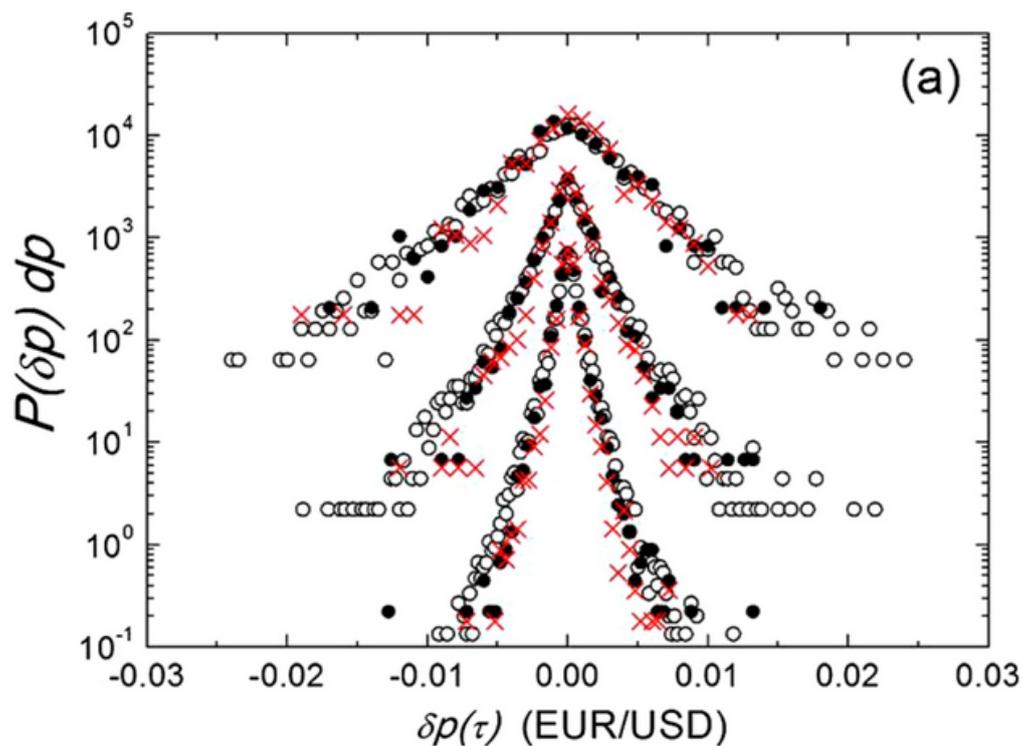


Figura 2: Círculos vacíos, periodo 2010-2015; círculos llenos, año 2001; cruces años 2007.

Todas las distribuciones de probabilidad muestran un perfil simétrico con largas colas para grandes diferencias de precios (altos $|\delta p(t)|$). Estas PDF son características del sistema que estamos analizando y no cambia si empleamos diferentes periodos de tiempo.

Para describir cuantitativamente las PDF de precios, hemos acudido como modelo físico a sistemas de partículas que forman «vidrios» (glasses), o fluidos subenfriados, es decir, suspensiones muy concentradas de partículas coloidales. Las partículas parecen contenidas en cajas que están limitadas por las partículas vecinas, pero la fluctuación térmica puede permitir que salten de una caja a otra cuando transcurre un tiempo suficientemente largo.

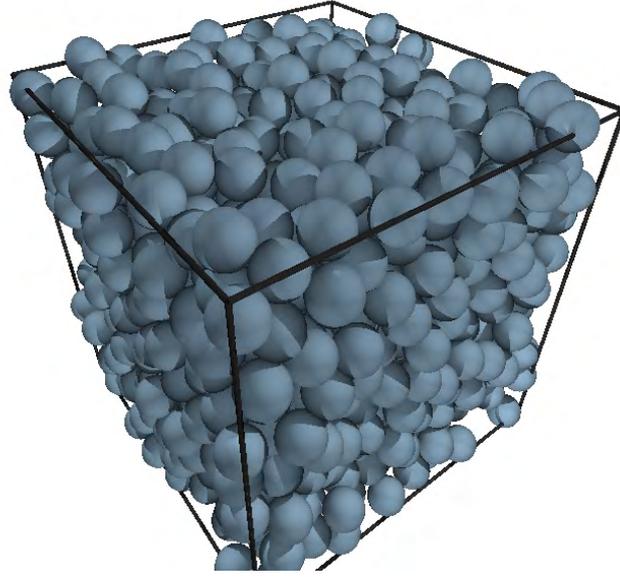
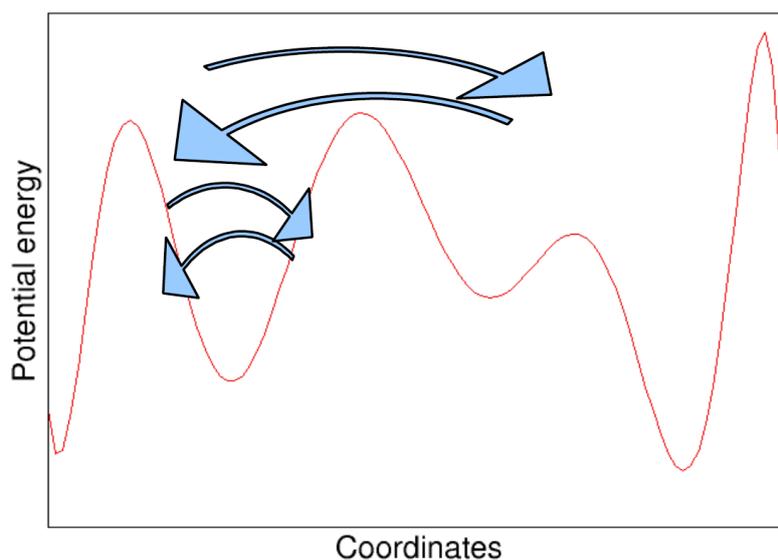


Figura 3: Partículas coloidales contenidas en una caja con una densidad de 0.54

Tras diversas hipótesis y consideraciones que no podemos desarrollar en este foro, hemos considerado la distribución de desplazamiento global, o función de Van Hove, $G(r,t)$, que nos proporcionaría la probabilidad de encontrar una partícula en la posición r en un tiempo t . Pero para analizar las funciones de probabilidad del cambio EURUSD, debemos considerar las nuevas dimensiones del problema, cambiando el precio por la posición. En el dominio precio-tiempo la función de distribución de probabilidad (PDF), que nos proporcionaría la probabilidad de tener un precio p en un tiempo t , vendría dada por la Ecuación 2:

$$G(p, t) = \tau_1 f_{vib}(p) \varphi_1(t) + FT^{-1} \left[f_{vib}(\tilde{p}) f(\tilde{p}) \tau_2 \frac{\exp\left\{(f(\tilde{p})-1)\frac{t}{\tau_2}\right\} \tau - \exp\left(\frac{-t}{\tau_1}\right)}{\tau_2 - \tau_1 + f(\tilde{p})\tau_1} \right] \quad (\text{Ec. 2})$$

Donde \tilde{p} es el precio en el espacio de Fourier y FT^{-1} denota la transformada inversa de Fourier. Pero aparte de estos significados y otras funciones, lo llamativo de esta función de probabilidad es que los parámetros libres serían D , l , d , τ_1 y τ_2 . Donde D sería el coeficiente de Difusión de las partículas, l y d serían distancias en el modelo coloidal (l tamaño de la caja en la que se mueve la partícula y d es la longitud del salto que se da para cambiarse de caja). En la aplicación al mercado de divisas l y d serían precios en lugar de distancias. El siguiente esquema muestra la idea del modelo: la línea roja muestra la gráfica de la energía potencial en función de la distancia, y las flechas azules muestran los saltos que podrían dar las partículas, superando las «barreras» de potencial, para desplazarse de unas coordenadas a otras.



Por tanto, consideramos que el precio de venta EURDOLAR evoluciona en el tiempo al acceder a un rango de precios restringido caracterizado por l y realiza saltos a otros precios que están caracterizados por d . Dichos saltos de precios se representan en el tiempo por τ_1 y τ_2 . Los resultados del ajuste de la figura 2, mediante la ecuación (2), se muestran en la Figura 4:

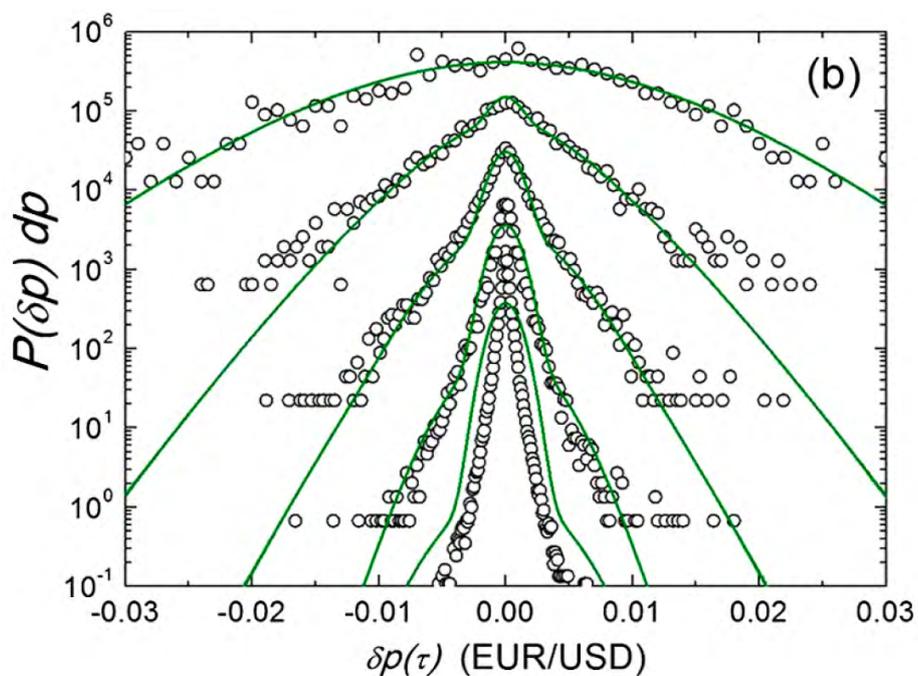


Figura 4.- Puntos experimentales del cambio EURUSD en el periodo 2010-2015. La línea continua sería el ajuste proporcionado por la función $G(p,t)$.

Esta figura muestra que la función de distribución, $G(p,t)$, se ajusta bastante bien a nuestros datos experimentales de EURUSD para el periodo 2010 a 2015, con una precisión notable para todos los intervalos de tiempos, con un mismo conjunto de parámetros:

$$l = 7 \cdot 10^{-4}, d = 21 \cdot 10^{-4}, \tau_1 = 125 \text{ min}, \tau_2 = 100 \text{ min}.$$

En esta figura se muestra el ajuste de las funciones de distribución, PDF, para intervalos de tiempo de 5, 25, 125, 625 y 3125 minutos (desplazados verticalmente para mayor claridad). A la vista de los resultados, los ajustes resultan manifiestamente mejorables en las colas de cada gráfica. Esto se debe a que en esos intervalos de precios la estadística era muy baja. Sin embargo, para el mayor intervalo de precios el ajuste resulta bastante bueno, y, sobre todo, estos ajustes se hacen manteniendo los mismos parámetros para cada gráfica.

En consecuencia, nos encontramos con un resultado muy llamativo: **una función de distribución de probabilidad de desplazamiento (de Van Hove), empleada para un sistema coloidal de partículas densas, puede describir con precisión la distribución de las fluctuaciones de cambio de divisas en un mercado financiero.**

Estos primeros resultados obtenidos a mediados de 2016, aplicados al mercado de divisas EURO-DÓLAR, junto con un análisis más profundo del desplazamiento cuadrático medio (MSD) de partículas y el desplazamiento cuadrático medio del precio (MSPD) dieron lugar al envío de un artículo de investigación que fue aceptado en enero de 2017, en la prestigiosa revista americana de Física, *Physics Review Letters*.

PRL 118 , 068301 (2017)	PHYSICAL REVIEW LETTERS	week ending 10 FEBRUARY 2017
Diffusive and Arrestedlike Dynamics in Currency Exchange Markets		
J. Clara-Rahola, ^{1,2,*} A. M. Puertas, ^{1,†} M. A. Sánchez-Granero, ³ J. E. Trinidad-Segovia, ⁴ and F. J. de las Nieves ¹		
¹ <i>Department of Applied Physics, University of Almería, 04120 Almería, Spain</i>		
² <i>i2TiC Multidisciplinary Research Group, Open University of Catalonia, 08035 Barcelona, Spain</i>		
³ <i>Department of Mathematics, University of Almería, 04120 Almería, Spain</i>		
⁴ <i>Department of Economics and Business, University of Almería, 04120 Almería, Spain</i>		
(Received 29 June 2016; revised manuscript received 27 October 2016; published 10 February 2017)		
<p>This work studies the symmetry between colloidal dynamics and the dynamics of the Euro–U.S. dollar currency exchange market (EURUSD). We consider the EURUSD price in the time range between 2001 and 2015, where we find significant qualitative symmetry between fluctuation distributions from this market and the ones belonging to colloidal particles in supercooled or arrested states. In particular, we find that models used for arrested physical systems are suitable for describing the EURUSD fluctuation distributions. Whereas the corresponding mean-squared price displacement (MSPD) to the EURUSD is diffusive for all years, when focusing in selected time frames within a day, we find a two-step MSPD when the New York Stock Exchange market closes, comparable to the dynamics in supercooled systems. This is corroborated by looking at the price correlation functions and non-Gaussian parameters and can be described by the theoretical model. We discuss the origin and implications of this analogy.</p>		
DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.068301		

Este hecho nos mostró que estábamos iniciando una línea original y llamativa de investigación interdisciplinar que fue continuada estudiando la generalización de nuestro modelo al mercado de cambio de otras parejas de monedas interesantes. En concreto analizamos las parejas dólar australiano-dólar canadiense (AUDCAD), dólar americano-peso mejicano (USDMXN), euro-franco suizo (EUR-CHF), dólar americano-yuan chino (USD-CHN), y otras parejas de monedas. Los resultados se publicaron en otra importante revista interdisciplinar, PLOS One, en diciembre de 2017.

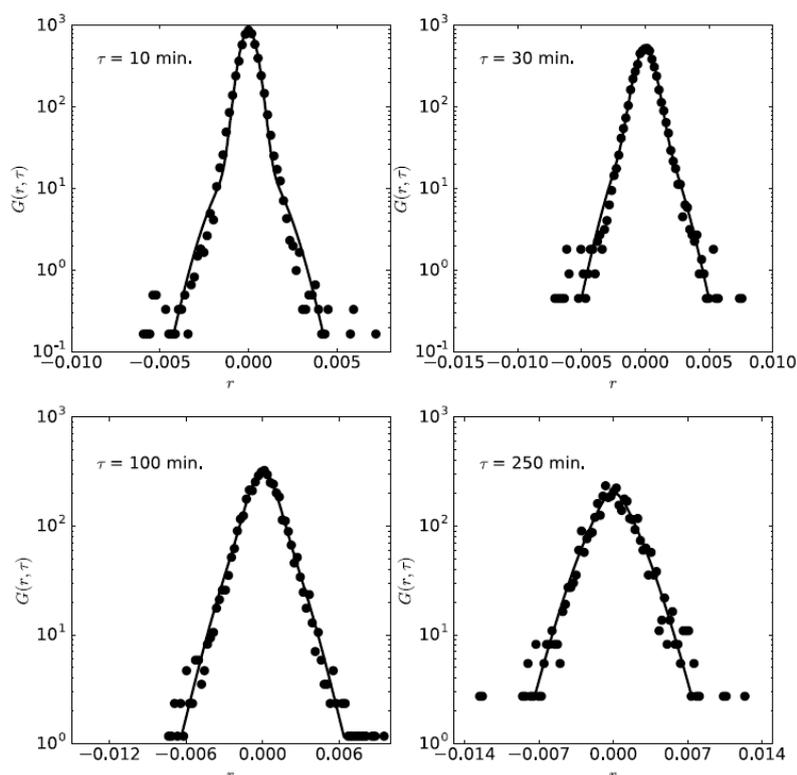


Figura 5: Gráficas del cambio dólar australiano-dólar canadiense (AUD-CAD). La línea continua sería el ajuste mediante la función $G(p,t)$ de los puntos experimentales, para distintos tiempos.

Cuando observamos las distintas figuras de los pares de monedas, cabe reseñar algunos pares de divisas más estables que otros. Por ejemplo, es interesante hacer notar los resultados del par AUDCAD (Figura 5), que claramente era el más estable a lo largo de los años. Este par de divisas es particularmente interesante ya que, según el informe del Banco Central Europeo, desde comienzo de la crisis financiera de 2007, la participación de las divisas no tradicionales en las reservas internacionales se ha triplicado. Esta tendencia ha sido liderada por el dólar canadiense y el dólar australiano, que representan aproximadamente el 25% de las reservas mundiales no tradicionales. Esta tendencia era consecuencia, por un lado, del aumento de la percepción de riesgo en las monedas tradicionales y, por otro, del dinamismo de la economía de ambos países.



RESEARCH ARTICLE

A model for foreign exchange markets based on glassy Brownian systems

M. A. Sánchez-Granero^{1*}, J. E. Trinidad-Segovia², J. Clara-Rahola^{3,4}, A. M. Puertas³, F. J. De las Nieves³

1 Department of Mathematics, University of Almería, Almería, Spain, **2** Department of Economics and Business, University of Almería, Almería, Spain, **3** Department of Applied Physics, University of Almería, Almería, Spain, **4** i2TIC Multidisciplinary Research Group, Open University of Catalonia, Barcelona, Spain

* misanche@ua.es



Abstract

In this work we extend a well-known model from arrested physical systems, and employ it in order to efficiently depict different currency pairs of foreign exchange market price fluctuation distributions. We consider the exchange rate price in the time range between 2010 and 2016 at yearly time intervals and resolved at one minute frequency. We then fit the experimental datasets with this model, and find significant qualitative symmetry between price fluctuation distributions from the currency market, and the ones belonging to colloidal particles position in arrested states. The main contribution of this paper is a well-known physical model that does not necessarily assume the independent and identically distributed (i.i.d.) restrictive condition.

OPEN ACCESS

Citation: Sánchez-Granero MA, Trinidad-Segovia JE, Clara-Rahola J, Puertas AM, De las Nieves FJ (2017) A model for foreign exchange markets based on glassy Brownian systems. PLoS ONE 12 (12): e0188814. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0188814>

En conclusión, con estos dos trabajos iniciales hemos propuesto un modelo físico aplicado inicialmente a describir la dinámica de sistemas de partículas coloidales subenfriadas, que, como acabamos de mostrar, es capaz de describir el cambio o las fluctuaciones de pares de divisas con una sola forma funcional y un solo conjunto de parámetros. Además, estos parámetros tienen un significado físico, lo que hace que el modelo sea más creíble y objetivo, y no sólo un ajuste matemático de las curvas que proporcione cualquier tipo de parámetros.

También hemos demostrado que el modelo físico aplicado se ajusta correctamente a muchos pares de divisas diferentes con tiempos τ , para la mayoría de los pares estudiados. Las escalas de tiempo para los saltos están en el intervalo de 1 a 4 horas, apuntando a un origen común en todos los casos.

Tras estos artículos publicados en revistas prestigiosas de alto impacto, se decidió solicitar financiación en los Programas Nacionales competitivos del Ministerio, lo que nos permitió dar continuidad a esta línea de investigación con dos proyectos nacionales consecutivos, un proyecto autonómico y un contrato de investigación con una empresa provincial (Cosentino):

1º) Título del proyecto: Mecánica estadística fuera del equilibrio en sistemas coloidales y mercados financieros. Ref: PGC2018-101555-Bloo.

Entidad financiadora: Ministerio de Economía y Competitividad.

Entidades participantes: Universidad de Almería

Duración: 01/01/2019 hasta: 31/12/2021

Investigadores responsables: Antonio M. Puertas López y Juan Evangelista Trinidad Segovia

Número de investigadores participantes: 4 + 2 externos

2º) Título del proyecto: Heterogeneidades dinámicas en sistemas complejos. Ref: PID2021-127836NB-I00

Entidad financiadora: Ministerio de Ciencia e Innovación

Entidades participantes: Universidad de Almería

Duración: 01/09/2022 hasta: 31/08/2025 (prorrogado hasta 31/08/2026)

Investigadores responsables: Antonio M. Puertas López y Juan Evangelista Trinidad Segovia

Número de investigadores participantes: 4 + 3 externos

3º) Proyecto de Investigación: Análisis de Mercados mediante Modelos Físico-Matemáticos. Ref. UAL 18-FQM-Bo38-AIP

Entidad financiadora: Junta de Andalucía (UAL/CECEU/FEDER)

Duración: 01/10/2019 hasta 30/09/2023

Investigador responsable: Miguel Ángel Sánchez Granero

Número de investigadores participantes: 4+1

4º) Contrato de Investigación: Diseño de estrategias de Cobertura del Riesgo de tipo de cambio. Ref. TRFE-I-2019/021

Entidad financiadora: COSENTINO S.A.U.

Duración: 01/10/2019 hasta 30/09/2020

Investigador responsable: Juan Evangelista Trinidad Segovia

Número de investigadores participantes: 4

(Este contrato se vio interrumpido a mitad de su desarrollo (curso 2019-2020) por la aparición de la pandemia de COVID y el confinamiento)

En estos últimos 6 años al Grupo de investigación se incorporaron otras investigadoras lo que permitió darle continuidad a la línea de Econofísica iniciada y extender el trabajo al mercado de acciones, tanto europeo como americano, analizando el comovimiento y la volatilidad en los mercados.

Como última parte de estos trabajos en los que he colaborado, me gustaría mostrar las investigaciones recientes de alto impacto que hemos conseguido este grupo de científicos de procedencias tan diversas. En concreto la idea ha sido estudiar la posible aplicación de la Teoría de Respuesta Lineal de sistemas físicos a los mercados de acciones.

La Teoría de Respuesta Lineal (TRL) se ha aplicado principalmente al cálculo de coeficientes de transporte en sistemas como coloides, transporte de carga, ferromagnetización o cristales líquidos, pero también en otros campos más diversos como neurofisiología o ciencia del clima. En nuestro grupo aplicaremos la TRL a los mercados financieros con la idea de ampliar la aplicabilidad de esta teoría a otros sistemas complejos y también, avanzar en el conocimiento de los mecanismos que gobiernan la dinámica de estos mercados.

Inicialmente debemos aclarar que la Teoría de Respuesta Lineal (TRL) es bien conocida en sistemas físicos, particularmente en coloides. Las partículas sufren un movimiento Browniano (como se mostró en el video inicial de esta exposición) y su desplazamiento cuadrático medio (DCM) crece linealmente, y la función de autocorrelación de la velocidad (FACV) es cero para cualquier tiempo ($t > 0$). Sin embargo, en un sistema de partículas denso las interacciones entre las partículas causan un atrapamiento transitorio y la gráfica del DCM, muestra como un escalón en el paso de tiempos cortos a largos en régimen de difusión. Si consideramos una fuerza externa F ejercida sobre una partícula dada (que llamaremos trazadora), la evolución en el tiempo de la velocidad, $v(t)$, se puede calcular dentro de la TRL como:

$$\langle v(t) \rangle = \beta F \int \langle v(t') \cdot v(0) \rangle dt' \quad (\text{Ec. 3})$$

Donde $\langle v(t') \cdot v(0) \rangle$, es la función de autocorrelación de la velocidad (FACV) calculada en equilibrio (sin fuerza externa) y $\beta = \frac{1}{k_B T}$, es la inversa de la energía térmica.

La Figura 6 muestra los resultados de las simulaciones de un sistema de partículas esféricas que están bajo una dinámica que denominaremos de Langevin.

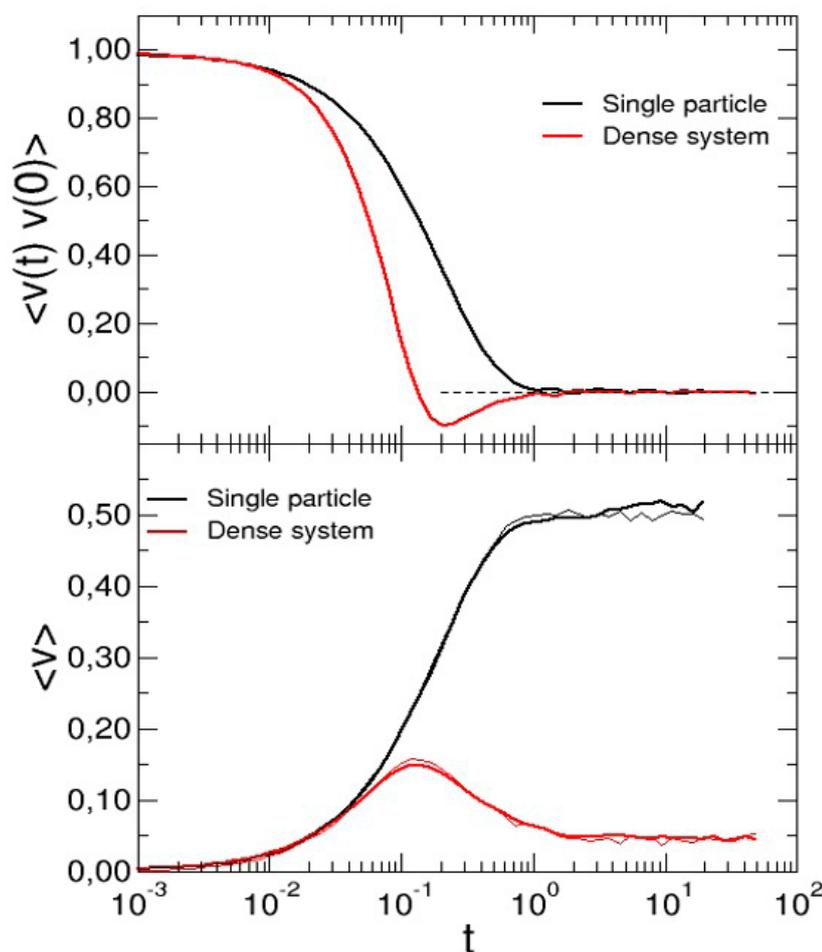


Figura 6.- Panel superior sin fuerza externa. Panel inferior con fuerza externa

El panel superior muestra la FACV de una partícula aislada en equilibrio (línea negra) y en un medio líquido con una fracción de volumen del 50% (línea roja). Mientras que la primera decae en forma de una exponencial simple, la FACV de una partícula trazadora en un medio denso decae más rápido hasta un mínimo negativo, señalando el rebote debido a la colisión con partículas del fluido, seguido de un lento incremento hasta cero.

La TRL utiliza esta función de correlación para predecir la dinámica de una partícula perturbada. Como se indica en la ecuación anterior, la integral de esta función proporciona la evolución de la velocidad de una trazadora perturbada cuando se aplica una fuerza externa (Figura 6, panel inferior, línea gruesa). Esto concuerda perfectamente con la transición de velocidad de una partícula trazadora después de la aplicación de la fuerza externa (línea fina). La velocidad de la trazadora aislada (línea fina) se incrementa continuamente hasta que se alcanza una velocidad estable, mientras en el sistema den-

so se observa un máximo (línea roja) que ocurre cuando la partícula trazadora colisiona con sus vecinos, lo que reduce su velocidad hasta que se alcanza un estado estable.

Nuestro objetivo es utilizar esta teoría física en un mercado financiero, asumiendo que se trata de un sistema en equilibrio, sujeto a fluctuaciones debidas a su dinámica interna, pero que puede perturbarse por fuerzas externas. Dentro de la TRL intentamos estudiar fuerzas débiles, donde los efectos son lineales con la intensidad de la fuerza. En estas condiciones, **la TRL puede proporcionar la evolución del sistema después de la aplicación de la fuerza externa.**

Pero para realizar este tipo de aplicación en mercados financieros, debemos seguir tres etapas: 1) medir la respuesta del sistema después de la aplicación de una perturbación externa que actuaría como la fuerza en los sistemas físicos; 2) identificar la variable conjugada de la perturbación externa (como variable conjugada de la fuerza, en sistemas físicos tendríamos el desplazamiento); y 3) calcular la función respuesta de acuerdo a la TRL, para finalmente compararla con la función empírica de la etapa 1).

Pero identificar lo que serían fuerzas externas en los mercados financieros, no es tan fácil como en los sistemas físicos. En estos sistemas financieros, además de las fluctuaciones típicas provocadas por los agentes habituales que intervienen en ellos, hay otros factores que influyen fuertemente en los precios, como decisiones políticas, anuncios de resultados, absorción o compra de compañías, quiebre de bancos, anuncio de aranceles por Trump, etc. Éstos eventos pueden considerarse como fuerzas externas que actúan sobre los precios de mercado, aunque sea a través de los mismos actores que intervienen en su dinámica interna.

En este reconocimiento ambiguo de las fuerzas externas recae el mayor problema para la aplicación del formalismo de la TRL, así como la escala de intensidad y la variable conjugada, es decir, la variable que equivaldría al desplazamiento en un sistema físico. Para la identificación de esas fuerzas externas utilizamos un criterio fenomenológico, es decir: un evento dramático que se supone provocado por una fuerza externa, cuando el valor absoluto del rendimiento logarítmico de una acción durante un día, supera significativamente la desviación cuadrática media de los rendimientos logarítmicos de esa acción. De esta forma podremos diferenciar lo que serían perturbaciones dramáticas de fluctuaciones alrededor del equilibrio.

En esta presentación utilizaremos una base de datos de 862 acciones, correspondientes a compañías del índice NASDAQ durante aproximadamente 10 años (desde 03-01-2010 a 30-10-2020). Un análisis similar para las bolsas europeas o el índice de Nueva York (NYSE) produjo resultados similares.

Con estos criterios se identifican 5000 eventos en los últimos 10 años, siendo unos 2.300 positivos (retorno, $v(t^*) > 0$) y unos 2.700 negativos (retorno, $v(t^*) < 0$).

En estos grupos de eventos no podemos incluir sucesos dramáticos como la crisis financiera de 2007 o la pandemia de Covid de 2020, porque provocan cambios drásticos en los precios que se extienden durante días o meses.

En la siguiente figura se muestra la evolución del precio medio (log-price) normalizado en valor absoluto antes y después del evento (aplicación de la «fuerza»).

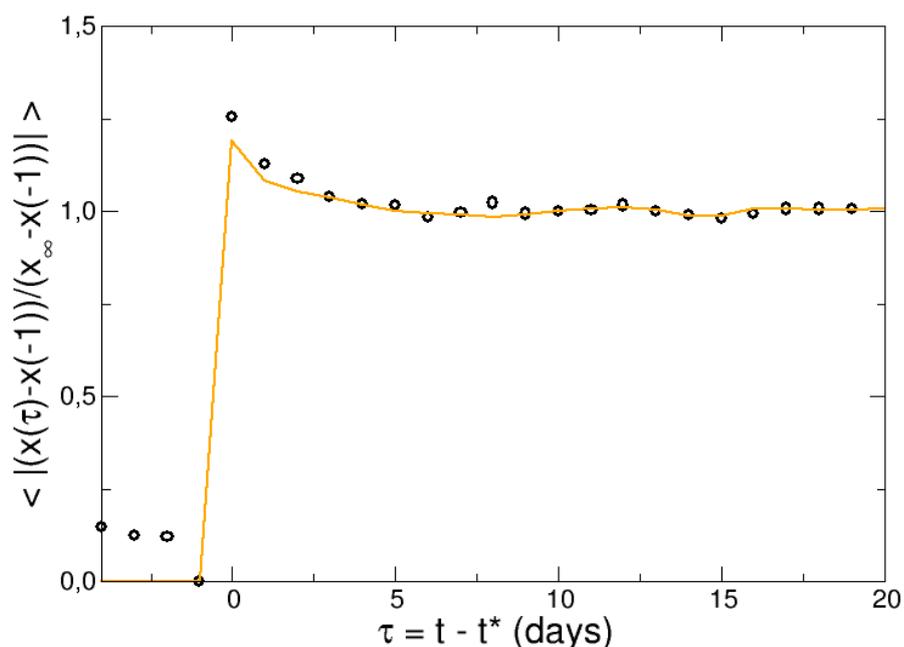


Figura 7.- Puntos experimentales del precio y ajuste según la TRL.

La gráfica muestra un «pico» en cero, es decir cuando ocurre el evento, seguido de un descenso que en pocos días alcanza un valor estable, entre 10 y 20 días después del evento (es el promedio del precio (log-price)). La línea roja que se ha trazado en la misma figura, representaría la predicción mediante el modelo de Teoría de Respuesta Lineal. Como podemos observar, la Teoría de Respuesta Lineal es capaz de predecir con mucha precisión la evolución del sistema.

En la figura siguiente (Figura 8) se muestra también la evolución del precio antes y después del evento diferenciando valores positivos y negativos. Se comprueba que en el instante en el que el evento se aplica aparece un incremento brusco (positivo o negativo) seguido de un descenso hasta alcanzar un estado estable en unos pocos días.

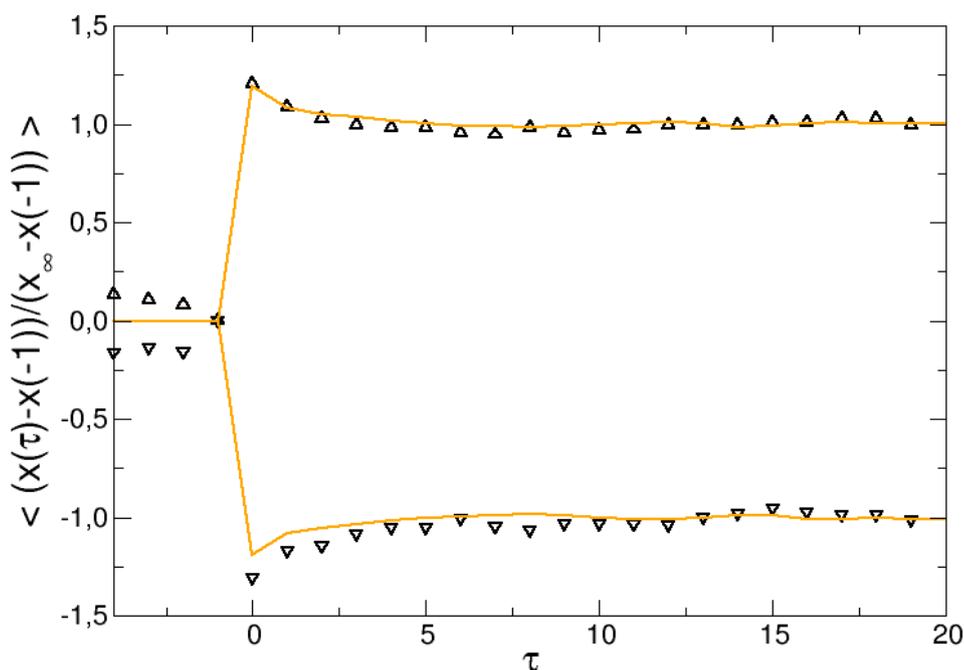


Figura 8: Puntos experimentales del precio y ajuste según la TRL

En ambas figuras se muestra que la evolución del precio (del log-price) es abrupta cuando se produce el evento y luego se relaja hacia un valor constante durante los siguientes días, al menos hasta unos 20 días. De nuevo, la línea roja continua representa la predicción mediante la TRL. Por tanto, **las variaciones que experimentan los precios de un conjunto de acciones después de un evento relativamente abrupto, pueden describirse mediante un modelo físico, la Teoría de Respuesta Lineal, que proporciona un buen acuerdo con los datos experimentales. El modelo físico es completamente general, y consiste en relacionar el comportamiento del sistema en equilibrio con su respuesta a una perturbación externa.**

Finalmente, para confirmar la validez de la TRL sobre su aplicación en estos mercados financieros, en la Figura 8 hemos representado el retorno normalizado frente al tiempo. En concreto el log-retorno previamente definido ($v = \Delta x = x - x(t - 1)$),, como la diferencia entre el precio el día del evento y un día antes:

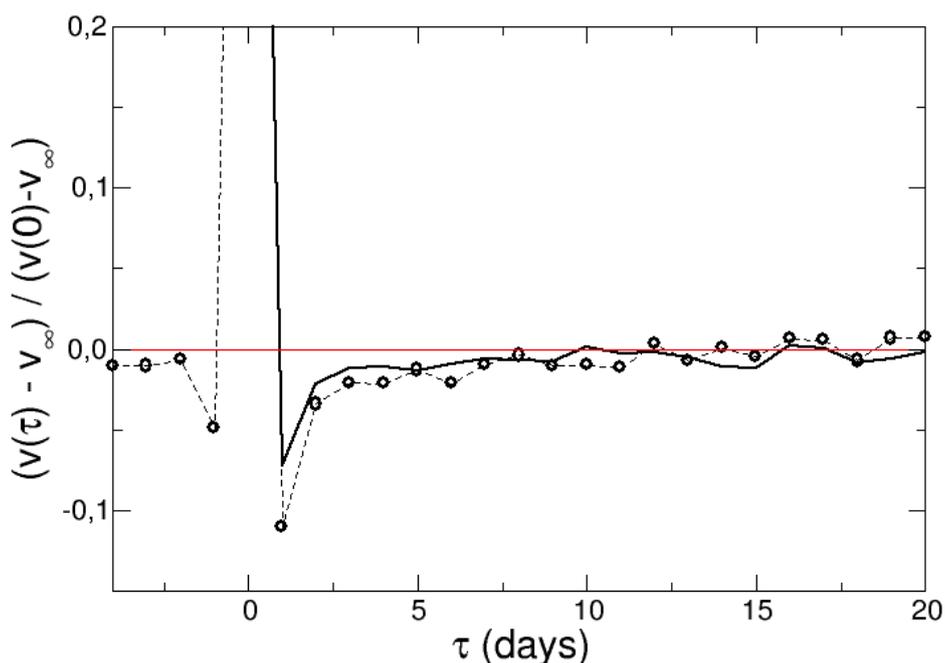


Figura 9.- Puntos experimentales y ajuste mediante la TRL

La evolución media normalizada del retorno para un evento positivo se incrementa en el momento de la acción y decrece abruptamente de forma inmediata después, seguido por una lenta relajación hasta el valor de equilibrio. En esta figura se muestra la evolución normalizada media para eventos positivos y negativos.

Desde un punto de vista físico estas figuras indican que estas variables (log-price y log-return) tienen memoria y, de acuerdo con la TRL, las funciones de correlación con la variable conjugada para la fuerza decaerían con una escala de tiempos de unos pocos días.

Se realizaron más comprobaciones entre las predicciones de la TRL y la evolución de los precios (log-price) y el retorno (log-return), para un conjunto de mercados europeos y para el NYSE. En todos los casos, la TRL predice adecuadamente la respuesta media de una variable (precios o retorno). Los resultados de estas investigaciones fueron publicados en dos revistas de prestigio: *Scientific Report*, que es una revista científica interdisciplinar; y *Finance Reserach Letters*, que está reconocida como número uno y mejor revista de finanzas.

scientific reports

 Check for update

OPEN Linear response theory in stock markets

Antonio M. Puertas^{1,2}, Juan E. Trinidad-Segovia², Miguel A. Sánchez-Granero³, Joaquim Clara-Rahola⁴ & F. Javier de las Nieves¹

Linear response theory relates the response of a system to a weak external force with its dynamics in equilibrium, subjected to fluctuations. Here, this framework is applied to financial markets; in particular we study the dynamics of a set of stocks from the NASDAQ during the last 20 years. Because unambiguous identification of external forces is not possible, critical events are identified in the series of stock prices as sudden changes, and the stock dynamics following an event is taken as the response to the external force. Linear response theory is applied with the log-return as the conjugate variable of the force, providing predictions for the average response of the price and return, which agree with observations, but fails to describe the volatility because this is expected to be beyond linear response. The identification of the conjugate variable allows us to define the perturbation energy for a system of stocks, and observe its relaxation after an event.

Finance Research Letters 51 (2023) 103455



Contents lists available at ScienceDirect

Finance Research Letters

journal homepage: www.elsevier.com/locate/frl



A new look at financial markets efficiency from linear response theory

Antonio M. Puertas^a, Joaquim Clara-Rahola^b, Miguel A. Sánchez-Granero^c, F. Javier de las Nieves^a, Juan E. Trinidad-Segovia^{d,*}

^a Departamento de Química y Física, Universidad de Almería, 04120 Almería, Spain

^b KHN Capital Consulting SL, C/Mestre Francesc Civil 8, 17005 Girona, Spain

^c Departamento de Matemáticas, Universidad de Almería, 04120 Almería, Spain

^d Departamento de Economía y Empresa, Universidad de Almería, 04120 Almería, Spain

ARTICLE INFO

Keywords:
Linear Response Theory
Efficient Market Hypothesis
Market inefficiency

ABSTRACT

In this paper we propose a new measure of market efficiency based on the average response of a market price after a market event by using Linear Response Theory. It is shown that the average response to an event in different markets agrees fairly well with this theory's prediction from equilibrium data in absence of external forces or events. In this work it is first found that Linear Response efficiently resolves price dynamics at moderately perturbed financial markets of different types. Namely we study Forex markets, the S&P500 index, Commodities markets and the Bitcoin-US dollar one. Furthermore, we determine a measure of market inefficiency, which can be used to compare the inefficiency between different assets and securities.

Aunque los resultados obtenidos creemos que son sorprendentes y muy originales, debemos aclarar que no pueden utilizarse para calcular la evolución de una acción simple: no podríamos asesorar sobre compras o ventas en Mercados Financieros puesto que hablamos de estadística y probabilidades. Este modelo considera promedios de muchos eventos a lo largo de casi 20 años y se ha utilizado el NASDAQ por ser un conjunto de al menos 850 acciones, lo que nos proporciona una buena estadística. Incluso en otros mercados conocidos, pero con un número mucho menor de acciones, la estadística sería insuficiente y los resultados son menos «fiables».

Por tanto, concluyendo esta lección, hemos visto la versatilidad que pueden ofrecer diferentes modelos físicos para explicar o intentar entender unos sistemas tan complejos como los mercados financieros.

- **Conclusión 1:** Las fluctuaciones de los mercados de divisas pueden simularse mediante un modelo físico, que serían las fluctuaciones de un sistema de partículas dispersas en un medio líquido, con una densidad determinada.
- **Conclusión 2:** La Teoría de Respuesta Lineal utilizada en modelos físicos en equilibrio, se puede aplicar a la evolución de los mercados financieros, prediciendo adecuadamente la respuesta media de una variable ante un evento externo imprevisto.

Aunque no sería una conclusión de las investigaciones que hemos llevado a cabo en los últimos años, esta lección también pretende mostrar la amplitud de las posibilidades de futuro que pueden tener los graduados en Física. La formación que esta titulación ofrece, hace que un físico tenga la base necesaria para abordar problemas científicos o especializarse en trabajos de índole muy diversa: desde Ciencias de la Computación, o investigaciones científicas de alto nivel en su propio campo de la Física, hasta acercarse a un campo tan diferente como los sistemas financieros y sus predicciones.

De ahí que la titulación de Física se haya convertido en unos de los grados con más alta empleabilidad, y que, si se combina con más conocimientos de matemáticas, sean los profesionales más demandados en el momento actual. Este hecho es lo que está provocando que las dobles titulaciones de Física y Matemáticas sean actualmente las más demandadas por los estudiantes que acceden a la Universidad, superando a la que siempre fue líder, Medicina.

MUCHAS GRACIAS POR SU ATENCIÓN

