

ALGUNAS LÍNEAS DE TRABAJO FÍN DE MÁSTER EN MATEMÁTICAS CURSO 2026-2027

Profesor: Juan Ramón García Rozas.

Línea de trabajo: Anillos, módulos y homología.

Objetivos: El objetivo general de esta línea de investigación es profundizar en el estudio de la estructura de anillos y módulos, así como en el desarrollo y aplicación de herramientas de la álgebra homológica para el análisis de dichas estructuras. De manera más específica, se plantean los siguientes objetivos:

- (i) Estudiar las propiedades fundamentales de los anillos y de los módulos sobre dichos anillos, prestando especial atención a su clasificación y a los distintos tipos de módulos (libres, proyectivos, planos inyectivos, etc.), incluyendo problemas relacionados con módulos Gorenstein inyectivos, proyectivos y planos.
- (ii) Desarrollar generalizaciones de las resoluciones proyectivas e inyectivas, así como de los funtores derivados asociados. Estudio de cubiertas y envolventes en el sentido de Enochs.
- (iii) Aplicar las técnicas del álgebra homológica relativa Gorenstein a problemas concretos en teoría de módulos y anillos.

Orientaciones: Esta línea está dirigida a estudiantes con gran interés en el Álgebra abstracta, con una sólida formación en este campo. Es muy recomendable haber cursado o estar cursando la asignatura Álgebra Avanzada del máster.

REFERENCIAS

- [1] Enochs, E. E.; Jenda, O. M. G., Relative Homological Algebra. De Gruyter Expositions in Mathematics, vol. 30, Walter de Gruyter, Berlin, 2000.
- [2] Christensen, L. W., Gorenstein Dimensions. Lecture Notes in Mathematics, vol. 1747, Springer, Berlin, 2000.
- [3] Juan Ramón García Rozas, Covers and Envelopes in the Category of Complexes of Modules. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, 1999.
- [4] Alina Iacob, Gorenstein Homological Algebra. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, 2021.

Profesor: Juan Francisco Mañas Mañas.

Línea de trabajo: Polinomios ortogonales de variable real.

En esta línea de investigación, el objetivo es generalizar el marco clásico de ortogonalidad estándar visto en el Grado en Matemáticas mediante el estudio de productos escalares más amplios (como los de tipo Sobolev o definidos por medidas no estándar), analizando cómo estas modificaciones afectan a propiedades fundamentales como las relaciones de recurrencia, la distribución de ceros y las ecuaciones diferenciales asociadas, así como sus aplicaciones en aproximación y métodos numéricos.

Profesor: Darío Ramos López.

Línea de trabajo: Teoría de aproximación, análisis numérico y aplicaciones.

Descripción: Trabajo teórico-práctico orientado a investigación. Se realizará una búsqueda bibliográfica y se estudiarán fundamentos teóricos de la teoría de aproximación, polinomios ortogonales, análisis numérico u otros temas afines, incluyendo ajuste de curvas y superficies, métodos numéricos para ecuaciones o sistemas, optimización, interpolación y aproximación, resolución aproximada de EDOs y EDPs, etc. Dentro del tema elegido, se estudiará en profundidad alguna técnica concreta y se analizarán sus propiedades de forma teórica y posiblemente experimental mediante la implementación de algoritmos y su evaluación. El trabajo, en función del tema, puede incluir la aplicación de las técnicas estudiadas a problemas reales o la elaboración de un artículo científico.

Profesor: Miguel Ángel Sánchez Granero.

Línea de trabajo: Teoría de carteras.

La teoría de carteras se puede ver como un problema de optimización en un espacio afín euclídeo. Se abordan distintos problemas en teoría de carteras desde este enfoque.

REFERENCIAS

- [1] Rambaud, S. C., Pérez, J. G., Sánchez-Granero, M. A., Trinidad-Segovia, J. E. (2009). Markowitz's model with Euclidean vector spaces. *European Journal of Operational Research*, 196(3), 1245–1248.

Línea de trabajo: Teoría de cópulas.

Se estudian variables multidimensionales y cópulas desde el punto de vista de distribuciones en un espacio topológico linealmente ordenado.

REFERENCIAS

- [1] Gálvez-Rodríguez, J. F., Sánchez-Granero, M. A. (2019). The Distribution Function of a Probability Measure on a Linearly Ordered Topological Space. *Mathematics*, 7(9), 864.
- [2] Gálvez-Rodríguez, J. F., Sánchez-Granero, M. A. (2020). The distribution function of a probability measure on the Dedekind–MacNeille completion.
- [3] Gálvez-Rodríguez, J. F., Sánchez-Granero, M. A. (2021). Equivalence Between Distribution Functions and Probability Measures on a LOTS. *Filomat*, 35(14), 4657–4671.

Línea de trabajo: Matemáticas Aplicadas a la Empresa.

Se estudian series financieras desde el punto de vista de procesos auto-similares, que permite estudiar la existencia o no de memoria a largo plazo en la serie.

Profesor: José Escoriza López.

Línea de trabajo: Álgebras y anillos asociativos.

Objetivos: Encontrar propiedades y teoremas de estructura de familias de anillos y módulos con buenas propiedades aritméticas, esto es, que compartan características con módulos noetherianos, artinianos, finitamente generados, hopfianos y cohopfianos. Estudiar el comportamiento de sus endomorfismos y morfismos.

Orientaciones: Estudiar propiedades generales de módulos y anillos y teoría multiplicativa de ideales.

REFERENCIAS

- [1] Anillos y módulos. Curso básico. Gamboa, J.M y Ruiz Sancho, J.M. Ed. Sanz y Torres (2019).
- [2] Introducción al álgebra conmutativa. Atiyah, M.F. y Macdonald, I.G., Ed. Reverte (1989).
- [3] A first course in noncommutative rings. Lam, T.Y., Ed. Springer (2001). Este libro es útil en el caso de estudio de anillos no conmutativos.
- [4] Anillos y módulos multiplicación. Cuadra Díaz, J. y Escoriza López, J., Servicio de Publicaciones de la Universidad de Almería (2001).

Línea de trabajo: Didáctica de las Matemáticas.

Objetivos: Trabajar en técnicas, estrategias y creación de materiales para mejorar el rendimiento de alumnos de todos los niveles educativos en la competencia matemática a partir de la investigación de cualquier tema relacionado con las matemáticas y su contenido, a partir de la investigación.

Orientaciones: Se acordará con la persona interesada el tema concreto, según su experiencia y gustos matemáticos. Leer artículos o trabajos generales de técnicas de investigación en Didáctica de las Matemáticas, como, por ejemplo, investigación-acción.

REFERENCIAS

- [1] Aproximación a la investigación en Didáctica de la matemática, Rico, L., *Advances in Research in Mathematics Education*, No.1 (2012), pág. 39–63.
- [2] Perspectiva de la Didáctica de la Matemáticas como disciplina tecnocientífica, Godino, J., Univ. De Granada (2010). Disponible en <http://www.ugr.es/local/jgodino>

Línea de trabajo: Categorías abelianas.

Objetivos: Empezar a estudiar propiedades y técnicas de teoría de categorías y algunas propiedades comunes a grupos abelianos, módulos sobre cualquier anillo, módulos finitamente generados y similares. Encontrar resultados para algunos casos concretos de categorías similares a las mencionadas y después, ver si se pueden aplicar y cómo a otras categorías afines.

Orientaciones: Estudiar primero una introducción a la teoría de categorías. Repasar o investigar resultados categóricos y no categóricos de módulos.

REFERENCIAS

- [1] Categories for the working Mathematician, McLane, S., Ed. Springer, (1998).
 - [2] Introducción a las categorías abelianas, Gómez Pardo, J.L., Univ. Santiago de Compostela (1970).
-

Profesor: Enrique de Amo Artero.

Línea de trabajo: Funciones continuas pero no derivables en ningún punto: “lo más natural”.

Cuando aparecieron los primeros ejemplos de funciones continuas pero no derivables en ningún punto, se pensó en ellas como patologías de lo que no sería lo usual (finales del siglo XVIII con Weierstrass). En la medida en la que se ha ido trabajando con funciones de estas características, se ha encontrado que el paradigma real es el inverso: las llamadas funciones peculiares (y las singulares entre ellas) son el tipo de función que podemos encontrar con toda naturalidad en el Análisis Real. Con ellas podemos relacionar campos tan fructíferos del Análisis Real como el de los fractales y el de la teoría de cópulas.

REFERENCIAS

- [1] Strange Functions in Real Analysis (3rd ed.), A. Kharazishvili, Taylor Francis.
 - [2] Introduction to Copula Theory (2nd ed.), R-B. Nelsen, Springer.
 - [3] Fractals Everywhere, M. Barnsley, Acad. Press.
-

Profesor: Manuel Cortés Izurdiaga.

Línea de trabajo: Métodos categóricos, homológicos y de teoría de conjuntos en teoría de módulos.

Objetivos: El objetivo de la línea es iniciarse en la investigación en teoría de módulos sobre anillos no conmutativos. Las técnicas que suelen utilizarse, aparte de las propias de teoría de módulos o de las relacionadas con la estructura del anillo, son categóricas, homológicas, de teoría de conjuntos, etc.

Orientaciones: Algunos trabajos relacionados con esta línea podrían ser: Clases de módulos sobre anillos de matrices triangulares [1]. Módulos de Mittag-Leffler [2]. Categorías exactas [3].

REFERENCIAS

- [1] Krylov, P. A., Tuganbaev, A. A. (2017). Formal matrices (1st ed. 2017.). Springer International Publishing.
 - [2] Angeleri Hügel, Lidia; Herbera, Dolors. Mittag-Leffler conditions on modules. Indiana Univ. Math. J. 57 (2008), no. 5, 2459–2517. <https://arxiv.org/abs/0704.3690>
 - [3] Bühler, Theo. Exact categories. Expo. Math. 28 (2010), no. 1, 1–69. <https://doi.org/10.1016/j.exmath.2009.04.004>
-

Profesor: Luis Oyonarte Alcalá.

Línea de trabajo: Categorías Abelianas.

En el curso Álgebra Avanzada de este máster los alumnos han tenido la oportunidad de seguir una introducción a la Teoría de Categorías que abarca desde los elementos más básicos de esta teoría hasta el estudio de categorías más sofisticadas como son las abelianas. No obstante, la profundidad que se consigue en el ámbito de estas categorías abelianas no alcanza un nivel que permita comprender correctamente su interés en teorías como el Álgebra Homológica.

El propósito de esta línea es precisamente cubrir esta falta de profundidad, tratando así los elementos de las categorías abelianas, claves en homología, que no han sido estudiados hasta el momento. En particular, se darán los pasos necesarios para llegar a comprender las categorías de Grothendieck y se estudiarán sus particularidades. Esta línea está específicamente diseñada para estudiantes que, bien quieran dedicarse a hacer investigaciones en temas relacionados con las categorías o con la homología, o bien que estén interesados en la matemática teórica y quieran profundizar en uno de sus ámbitos de estudio. Se requiere un conocimiento previo básico de la teoría de categorías.

Línea de trabajo: Álgebra Homológica.

Uno de los temas fundamentales del Álgebra Homológica es el estudio de las clases de módulos que verifican algunas propiedades determinadas (inyectividad, proyectividad, etc.). Recientemente ha aparecido una nueva manera de estudiar estas clases, que consiste en determinar, no si las propiedades se satisfacen, sino hasta qué punto se satisfacen. Esto se consigue mediante la creación de los llamados (sub)dominios homológicos.

El objetivo de esta línea será introducir al alumno al estudio de estos dominios fijando las propiedades homológicas que se quieran estudiar. Esta línea está específicamente diseñada para estudiantes que, bien quieran dedicarse a hacer investigaciones en temas relacionados con el Álgebra Homológica, o bien que estén interesados en la matemática teórica y quieran profundizar en uno de sus ámbitos de estudio.

Profesor: Pedro Martínez Aparicio.

Línea de trabajo: Estudiar herramientas del análisis no lineal y aplicarlas a la existencia, unicidad y regularidad de soluciones de ecuaciones en derivadas parciales (EDP) elípticas.

Objetivos específicos:

- (i) Estudiar operadores no lineales y sus propiedades (monotonía, compacidad, continuidad).
- (ii) Analizar teoremas fundamentales como el Teorema del punto fijo o el Teorema de Schauder.
- (iii) Aplicar métodos variacionales para resolver EDP elípticas.
- (iv) Analizar condiciones de existencia y multiplicidad de soluciones.
- (v) Introducir nociones de soluciones débiles en espacios de Sobolev (Espacios de Sobolev).

Orientaciones: Enfoque teórico (desarrollo riguroso de resultados clave en análisis no lineal). Enfoque aplicado (resolución de problemas concretos de EDP elípticas, uso de herramientas como métodos variacionales, minimización de funcionales, métodos de sub y supersoluciones y técnicas de compactación).

REFERENCIAS

- [1] Brezis, H. (2011). *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*. New York: Springer.
 - [2] Evans, L. C. (2010). *Partial Differential Equations* (2nd ed.). Providence, RI: American Mathematical Society.
 - [3] Ambrosetti, A., Arcoya, D. (2011). *An Introduction to Nonlinear Functional Analysis and Elliptic Problems*. Boston: Birkhäuser.
 - [4] Gilbarg, D., Trudinger, N. S. (2001). *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*. Berlin: Springer.
 - [5] Struwe, M. (2008). *Variational Methods: Applications to Nonlinear Partial Differential Equations and Hamiltonian Systems* (4th ed.). Berlin: Springer.
-

Profesor: Juan José Moreno Balcázar.

Línea de trabajo: Ortogonalidad no estándar en espacios de Sobolev.

Es el estudio de polinomios ortogonales en espacios de Sobolev. Dentro de este amplio campo, se puede abordar diferentes temáticas. Pueden consultar el artículo:

REFERENCIAS

- [1] F. Marcellán and Y. Xu, On Sobolev orthogonal polynomials, *Expositiones Mathematicae*, 33(3) (2015), 308–352.
-

Profesor: José Carmona Tapia.

Línea de trabajo: Ecuaciones en derivadas parciales.

Esta línea de investigación se centra en el estudio teórico de ecuaciones en derivadas parciales (EDP) de tipo elíptico, abordando problemas de existencia, unicidad y multiplicidad de soluciones. El objetivo principal es su estudio cualitativo mediante métodos variacionales y topológicos. Se pretenden extender resultados clásicos a ciertos marcos más generales. Es fundamental el uso de herramientas avanzadas de análisis funcional no lineal, para ello las referencias bibliográficas básicas serán:

REFERENCIAS

- [1] Brezis, H. (2011). *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*.
 - [2] Ambrosetti, A., Arcoya, D. (2011). *An Introduction to Nonlinear Functional Analysis and Elliptic Problems*.
-

Profesor: Inmaculada López García.

Línea de trabajo: Modelo de Selección Natural de Fisher: Estabilidad, Propiedades y Aplicaciones.

Descripción y Objetivos del Trabajo: El objetivo principal de este Trabajo de Fin de Máster es el estudio analítico y exhaustivo del Modelo de Selección Natural de R.A. Fisher. Para lograrlo, el proyecto se estructurará en torno a los siguientes ejes fundamentales:

- (i) Revisión bibliográfica: Análisis sistemático de la literatura histórica y contemporánea referente al modelo y sus derivaciones.
- (ii) Definición matemática: Formalización del modelo mediante sistemas de ecuaciones diferenciales en el contexto de la dinámica de poblaciones.
- (iii) Estudio de propiedades: Caracterización de las propiedades analíticas y geométricas del sistema.
- (iv) Análisis de estabilidad: Determinación de los puntos de equilibrio y evaluación rigurosa de su estabilidad local y global.
- (v) Aplicaciones: Exploración de la utilidad del modelo a través de su implementación en escenarios específicos y simulaciones numéricas.

Para que el/la estudiante pueda familiarizarse con el rigor matemático y el enfoque metodológico del trabajo antes de formalizar su elección, se sugiere la consulta del siguiente artículo de acceso abierto:

REFERENCIAS

- [1] Baez, J. C. (2021). The Fundamental Theorem of Natural Selection. *Entropy*, 23(11), 1436.

Profesor: Antonio Jiménez Vargas.

Línea de trabajo: Análisis Funcional. Espacios y Álgebras de Banach. Aplicaciones.

El Análisis Funcional es, en esencia, el estudio de espacios de funciones vistos como objetos geométricos de dimensión infinita. En lugar de estudiar una función aislada, estudias el “espacio” que las contiene.

Los objetivos principales de esta línea suelen ser:

- (i) Dominar la dualidad: Entender la relación entre un espacio y sus formas lineales continuas (el espacio dual).
- (ii) Estudiar operadores: Analizar transformaciones lineales entre estos espacios (espectros, compacidad, etc.).
- (iii) Estructura de Álgebras: En el caso de las Álgebras de Banach, se añade una operación de producto, lo que permite conectar el análisis con el álgebra y la teoría espectral (fundamental en mecánica cuántica, por ejemplo).
- (iv) Aplicaciones: Utilizar estas herramientas para resolver ecuaciones diferenciales, problemas de optimización o modelos en física teórica.

Orientaciones. Dependiendo de tus gustos, puedes enfocar el TFM hacia:

- (i) Teórica pura: Profundizar en la geometría de los espacios de Banach (propiedades de convexidad, bases de Schauder).
- (ii) Teoría de Operadores: Estudiar tipos específicos de operadores (Fredholm, autoadjuntos) y su descomposición espectral.
- (iii) Álgebras de Funciones: Investigar álgebras de Banach de funciones analíticas o álgebras .
- (iv) Aplicada: Aplicar el análisis funcional para demostrar la existencia y unicidad de soluciones en Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDPs) usando espacios de Sobolev.

Un consejo: Dado que el campo del Análisis Funcional es inmenso, lo ideal es que contactes con los profesores vinculados a esta línea. Ellos suelen tener problemas específicos o artículos recientes que pueden servir de base para tu trabajo.

REFERENCIAS

- [1] “Functional Analysis” de Walter Rudin: Un clásico absoluto. Es denso pero muy riguroso, ideal para la parte de álgebras de Banach.
- [2] “Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations” de Haim Brezis: Si te interesa la vertiente más aplicada y los espacios de Banach modernos, este es el mejor manual.
- [3] “A Course in Functional Analysis” de John B. Conway: Muy didáctico y con un enfoque excelente hacia la teoría de operadores.
- [4] “Banach Algebra Techniques in Operator Theory” de Ronald G. Douglas: Si decides centrarte específicamente en la parte de álgebras.