

Tema 2.- Dinámica de los sistemas de partículas

1. Tres partículas cuyas masas son $m_1 = 3 \text{ kg}$, $m_2 = 1 \text{ kg}$, $m_3 = 2 \text{ kg}$ se mueven bajo la influencia de un campo de fuerzas externo y de las fuerzas de interacción mutua (newtonianas), de modo que sus vectores de posición con relación a un sistema de referencia inercial vienen dados por: $\mathbf{r}_1 = 4\mathbf{i} + (2t^3 - 4)\mathbf{j} - 12\mathbf{k}$; $\mathbf{r}_2 = (6t - 2t^2)\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} + 6t^3\mathbf{k}$; $\mathbf{r}_3 = (4t^2 - 3)\mathbf{i} + 4t\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, donde t denota el tiempo.

a) Calcular la expresión del vector de posición del CM del sistema, su velocidad y aceleración.

b) Calcular el momento lineal total del sistema.

c) Calcular la fuerza total que actúa sobre el sistema y sobre cada partícula. ¿Es posible saber qué fracción de las fuerzas que actúan sobre cada partícula es de origen interno o de origen externo?

d) Comprobar que la fuerza total que actúa sobre el sistema es igual a la derivada del momento lineal total del sistema con respecto al tiempo.

Sol: a) $\mathbf{x}_{cm} = (t^2 + t + 1, t^3 + t - 2, t^3 - 5)$; $\mathbf{v}_{cm} = (2t + 1, 3t^2 + 1, 3t^2)$; $\mathbf{a}_{cm} = (2, 6t, 6t)$

b) $(12t + 6, 18t^2 + 6, 18t^2)$; c) $\mathbf{F}_{ext} = (12, 36t, 36t)$; d) No

2. Con los datos y resultados del problema anterior, calcular el trabajo realizado por las fuerzas que actúan sobre las partículas, cuando el sistema evoluciona durante el intervalo de tiempo de $t = 0$ a $t = 1$ s. ¿Podemos separar el trabajo realizado por las fuerzas internas del trabajo realizado por las fuerzas exteriores? Explicar esto último. *Sol:* 264 J

3. En el problema anterior desglosar la energía cinética total del sistema, en los instantes $t=0$ s y $t=1$ s, en dos partes, correspondientes a la energía cinética intrínseca y la energía cinética orbital.

Sol: $t=0$ s, $E_{c,orbital} = 6 \text{ J}$, $E_{c,interna} = 30 \text{ J}$; $t=1$ s, $E_{c,orbital} = 102 \text{ J}$, $E_{c,interna} = 198 \text{ J}$

4. Con un mortero se dispara verticalmente una granada con una velocidad inicial de 300 m/s, cuando la granada alcanza el punto más alto de su trayectoria explota en tres fragmentos de masas iguales. Uno de los fragmentos continúa subiendo verticalmente con una velocidad de 100 m/s, otro fragmento sube con una velocidad inicial de 250 m/s formando un ángulo con la vertical de 45 grados. Calcular: a) La velocidad inicial del tercer fragmento; b) Los puntos de caída sobre el terreno de los fragmentos.

Sol: a) 328.4 m/s, -54.43° con la horizontal; b) 2370 m, 9470 m.

5. Una bola de 0.2 kg sujeta al extremo de una cuerda ligera de 1.5 m de longitud, se suelta cuando la cuerda (que está tensa) forma un ángulo de 30 grados con la vertical, chocando elásticamente con un bloque de 0.3 kg que se halla en reposo en el punto bajo de la trayectoria de la bola. Hallar la velocidad con la que sale despedido el bloque después de la colisión.

Sol: 1.58 m/s.

6. Una bala se dispara contra un bloque de madera y queda incrustada en éste. Hallar la velocidad que adquiere el conjunto y el Q de esta colisión. Datos: velocidad de la bala 700 m/s, masa de la bala 100 g, masa del bloque 12 kg. *Sol:* 5.78 m/s, 24298 J

7. Un vagón de ferrocarril de 20 Tm está en reposo en una pendiente con los frenos puestos. Entonces se sueltan los frenos de este vagón y desciende por la pendiente hasta la parte inferior de la misma, situada 9 m por debajo de la posición original de este vagón, chocando con otro vagón de 10 Tm que se hallaba en reposo. Los dos vagones se quedan enganchados y ascienden, por una pendiente que tienen frente a ellos, hasta una altura H. Hallar esta altura H.
Sol: $H = 4.0 \text{ m}$

8. Dos péndulos simples de masas respectivas m y m' ambos de longitud l, están suspendidos de un mismo punto. Se separa uno de ellos de la vertical manteniendo el hilo tenso, consiguiendo así una diferencia de alturas h entre las masas pendulares, se suelta dicho péndulo colisionando con el otro que estaba en reposo en su posición original. ¿A qué altura se elevará el conjunto formado por ambos péndulos si la colisión es completamente inelástica? *Sol: $H = \left(\frac{m}{m + m'} \right)^2 h$*

9. Dejamos caer una pelota desde una altura de 10 m sobre un suelo duro y horizontal, observando que la pelota se remonta hasta una altura de 8.1 m después del primer bote. Suponiendo que el coeficiente de restitución permanece constante en los sucesivos rebotes.
a) Calcular el valor del coeficiente de restitución.
b) ¿Qué fracción de la energía se pierde en cada rebote?
c) ¿Cuántos botes dará la pelota antes de que la altura a la que se remonte sea de 10 cm?
Sol: a) 0.9; b) 19 %; c) 22

10. Una bola rebota escaleras abajo escalón por escalón, observándose que la misma se remonta en cada rebote siempre hasta la misma altura, esta altura es la altura del escalón anterior. Calcular el coeficiente de restitución entre la bola y la superficie de los escalones, sabiendo que la altura de cada escalón es de 30 cm. Suponer que la bola y la superficie de los escalones son perfectamente lisas. *Sol: 0.707*