

---

Curso:	2008-09
Centro:	FAC. CC. EXPERIMENTALES
Estudios:	LICENCIATURA DE MATEMÁTICAS (plan 99)
Asignatura (Cód):	<b>ANÁLISIS COMPLEJO</b> (4994102)
Ciclo:	2º
Curso:	1º
Cuatrimestre:	ANUAL
Carácter:	TRONCAL
Créditos teóricos:	9
Créditos prácticos:	6
Área:	ANÁLISIS MATEMÁTICO
Departamento:	ÁLGEBRA Y ANÁLISIS MATEMÁTICO
Profesor:	<i>Enrique de Amo Artero</i>
Localización:	CITE III, despacho 1.32o, tlfnos: 950015278-5480, correo-e: <a href="mailto:edeamo@ual.es">edeamo@ual.es</a>

---

### **TEMARIO**

**Primer cuatrimestre** (dedicación en horas en aula, 72: 69 docentes + 3 control; y 4 de tutoría)

0. Introducción al curso de Análisis Complejo: justificación, contenidos y método (2)

**CAPÍTULO 1: FUNCIONES HOLOMORFAS. TEORÍA BÁSICA (20)**

- 1.1. El cuerpo de los números complejos. Módulo y argumento de un número complejo (5)
- 1.2. Topología del plano complejo. La esfera de Riemann (5)
- 1.3. Concepto de derivada. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Definición y primeras propiedades de las funciones holomorfas (5)
- 1.4. Series de potencias. Radio de convergencia. Concepto de función analítica (5)

**CAPÍTULO 2: FUNCIONES ELEMENTALES COMPLEJAS (6)**

- 2.1. Función exponencial. Funciones trigonométricas (3)
- 2.2. Funciones multiformes: el logaritmo y la potencia. Ramas uniformes (3)

**CAPÍTULO 3: APLICACIONES CONFORMES (9)**

- 3.1. Caracterización geométrica de la holomorfía (3)
- 3.2. Transformaciones de Möbius (6)

**CAPÍTULO 4: TEOREMA DE CAUCHY LOCAL. PRIMERAS APLICACIONES (32)**

- 4.1. Integral curvilínea. Caracterización de la existencia de primitiva (4)
- 4.2. Teorema de Cauchy-Goursat. Teorema de Cauchy para dominios estrellados (4)
- 4.3. Desarrollo en serie de Taylor. Equivalencia entre analiticidad y holomorfía. Fórmula de Cauchy para las derivadas (4)
- 4.4. Teorema de Riemann de las singularidades evitables. Ceros de una función holomorfa. Principio de identidad (4)
- 4.5. Desigualdades de Cauchy. Teorema de Liouville. Teorema Fundamental del Álgebra (4)
- 4.6. Teorema de Weierstrass. Topología de la convergencia uniforme sobre compactos (6)
- 4.7. Factorización de funciones holomorfas. Productos infinitos. Teorema de Weierstrass (6)

**Segundo cuatrimestre** (dedicación en horas en aula, 71: 69 docentes + 2 control; y 4 de tutoría)

**CAPÍTULO 5: MÁS PROPIEDADES LOCALES DE LAS FUNCIONES HOLOMORFAS (15)**

- 5.1. Principio del máximo para funciones subarmónicas. Principio del módulo máximo (6)
- 5.2. Comportamiento local de una función holomorfa. Teoremas de la aplicación abierta y de la función inversa (6)
- 5.3. Teorema de Bloch-Landau. Teorema (pequeño) de Picard (3)

**CAPÍTULO 6: TEOREMA DE CAUCHY GLOBAL (9)**

- 6.1. Índice de una curva cerrada respecto de un punto (3)
- 6.2. Cadenas y ciclos. Funciones definidas por integrales. Teorema general de Cauchy (4)
- 6.3. Abiertos simplemente conexos: primeras consecuencias del teorema general de Cauchy (2)

**CAPÍTULO 7: SINGULARIDADES. PRINCIPIO DEL ARGUMENTO (26)**

- 7.1. Desarrollo en serie de Laurent. Clasificación de las singularidades (8)
- 7.2. Teorema de los Residuos. Aplicaciones al cálculo de integrales y a la suma de series (9)
- 7.3. Principio del Argumento. Teoremas de Rouché y Hurwitz (9)

**CAPÍTULO 8: CARACTERIZACIÓN DE LOS DOMINIOS SIMPLEMENTE CONEXOS (19)**

- 8.1. Familias normales de funciones holomorfas. Teoremas de Montel y Vitali (4)
- 8.2. Lema de Schwarz. Automorfismos conformes del disco unidad (5)
- 8.3. Teorema de Riemann (fundamental de la representación conforme). Caracterización de los dominios simplemente conexos del plano complejo (6)
- 8.4. Teorema de Runge. Aproximación de funciones racionales por funciones holomorfas (4)

## **BIBLIOGRAFÍA**

- \* AHLFORS. *Complex Analysis*. McGraw-Hill (1966)
- \* ASH. *Complex variables*. Academic Press (1971)
- \* ASH & NOVINGER. *Complex Variables*. Accesible en internet: [www.math.uiuc.edu/~r-ash/CV.html](http://www.math.uiuc.edu/~r-ash/CV.html)
- \* BAK & NEWMAN. *Complex Analysis*. Springer (1999)
- \* CONWAY. *Functions of one complex variable*. Springer-Verlag (1973)
- \* HOWIE. *Complex Analysis*. Springer (2004)
- \* MARSDEN. *Basic Complex Analysis*. Freeman (1973)
- \* MARKUSHEVICH. *Teoría de las funciones analíticas. Vols. I y II*. Ed. Mir (1978)
- \* NEEDHAM. *Visual Complex Analysis*. Oxford University Press (1997)
- \* PALKA. *An introduction to complex function theory*. Springer-Verlag (1990)
- \* PRIESTLEY. *Introduction to complex analysis*. Oxford Science Publications (1990)
- \* REMMERT. *Theory of complex functions*. Springer-Verlag (1990)

## **METODOLOGÍA DEL CURSO**

El curso consta de 29 lecciones, una de ellas introductoria, (ocho capítulos), 15 y 13 (4), respectivamente, para cada cuatrimestre. Cada cuatrimestral supondrá unas 70 horas de asistencia a clases, hasta completar las 75 mediante la realización de dos controles intercuatrimestrales y la asistencia a tutorías (cuatro horas por cuatrimestre). (La dedicación docente teórico/práctica estimada para cada lección/capítulo, en horas, acompaña el temario entre paréntesis.)

Los contenidos a examen serán todos desarrollados en las clases. No obstante, la realización de tareas por el alumno exigirá de su cercanía a la Biblioteca o lugares donde pueda proveerse de materiales que le complementen su trabajo de formación. La Bibliografía referida no es, ni con mucho, exhaustiva; en la Biblioteca se dispone de otros muchos textos de otros autores. Asimismo, se le anima al alumno a que consulte las propias bibliografías de cada uno de dichos textos. Excelente: Ash & Novinger, disponible en Internet (en la dirección citada arriba en la Bibliografía).

Las tutorías, por su carácter cuasi-obligatorio, se irán formalizando personalmente durante el curso académico; por ello, exigirán de un trabajo previo. La información de los contenidos docentes se puede extraer en archivos pdf que están disponibles en la dirección <http://www.ual.es/personal/edeamo>.

## **CRITERIOS DE EVALUACIÓN**

La calificación final de la asignatura se consigue de la siguiente manera:

- un 20% mediante la resolución de las correspondientes relaciones de ejercicios propuestos, resueltos en clase (pizarra) y discutidos allí y en tutorías;
- un 15% por la resolución de relaciones extra (que habrás de presentar en tutorías) y la realización de dos trabajos, uno en cada cuatrimestre;
- otro 15% mediante dos controles a realizar, uno en diciembre y otro en abril; y
- el 50% restante, mediante dos exámenes cuatrimestrales (o un final).

El primer cuatrimestral (febrero, capítulos 1º a 4º) será eliminatorio si se supera en un 50% de sus contenidos (pero sólo tendrías el 12.5% del total de la calificación final). En caso de obtener menos de dicha calificación, la puntuación de este bloque IV corresponderá a un único examen final (coincidente en fecha con el segundo cuatrimestral en junio). Los controles intercuatrimestrales se desarrollarán en horario docente, no serán eliminatorios de materia (no contienen cuatrimestres completos) y versarán sobre ejercicios básicos desarrollados en clase y preguntas escuetas de teoría donde se haga uso expreso de la conexión entre los diferentes conceptos expuestos hasta la fecha en las clases.

La calificación será de: Apto, de 46 a 64%; Notable, de 65 a 84%; o Sobresaliente, de 85 a 100%. Ninguno de los cuatro bloques es “obligatorio” para obtener el aprobado. Si renuncias a alguno de ellos ya sabes que no alcanzarás el 85%. Otro ejemplo, si optas sólo por los bloques II y IV, habrás de hacerlos muy bien para alcanzar un 65%. Y aún un ejemplo más de superación de la asignatura: un 10% del bloque I, un 10% del bloque II, otro 10% del bloque III y un 20% por el primer cuatrimestral en el bloque IV. Así, y sin necesidad de presentarte al segundo de los cuatrimestrales, obtendrías una calificación final de “Aprobado (5)”. (Observa que, en el último ejemplo, se obtuvo una nota de 8.0 en el primer cuatrimestral..., ¿y renunciarías a más de un aprobado en ese caso?)