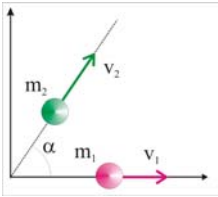

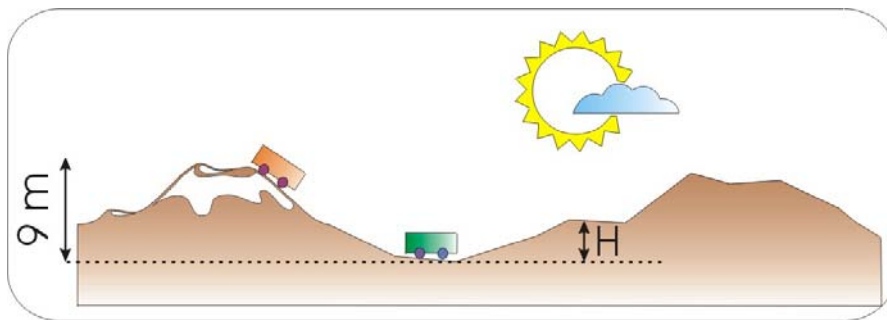


DINÁMICA DE SISTEMAS DE PARTÍCULAS

1. Sea un sistema de partículas sobre el cual actúa un conjunto de fuerzas cuya resultante es nula y cuyo momento respecto a un punto tiene un valor determinado. Demuestre que, entonces, el valor de dicho momento es independiente del punto elegido.
2. Dos partículas de masas 4 g y 5 g se mueven con velocidades respectivas de 10 cm/s a lo largo del eje X y de 12 cm/s en una dirección que forma un ángulo de 60° con dicho eje. Calcular: a) la velocidad del centro de masas; b) la velocidad de cada partícula respecto al centro de masas; c) la cantidad de movimiento de cada partícula respecto del centro de masas; d) la energía cinética total en el sistema de referencia del laboratorio y del centro de masas.

3. Dos partículas de masas 4 g y 5 g se mueven con velocidades respectivas de 10 cm/s a lo largo del eje X y de 12 cm/s en una dirección que forma un ángulo de 60° con dicho eje. En un momento dado se encuentran en los puntos (0,2,0) y (3,2,0) respectivamente. Determinar: a) la posición del centro de masas; b) el momento angular total respecto al origen de coordenadas y respecto al centro de masas.
4. Tres partículas cuyas masas son $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 1$ kg y $m_3 = 2$ kg, se mueven bajo la influencia de fuerzas internas y externas de modo que sus vectores de posición respecto de cierto sistema de referencia (en el SI) son $\vec{r}_1 = 4\hat{i} + (2t^3 - 4)\hat{j} - 12\hat{k}$, $\vec{r}_2 = (6t - 2t^2)\hat{i} - 2t\hat{j} + 6t^3\hat{k}$ y $\vec{r}_3 = (4t^2 - 3)\hat{i} + 4t\hat{j} + 3\hat{k}$ donde t es el tiempo. Encontrar: a) el vector de posición del centro de masas, su velocidad y su aceleración; b) el momento lineal total del sistema; c) la fuerza total sobre el sistema y la fuerza total sobre cada partícula; ¿puede saberse qué fracción corresponde a fuerza externa y cuánta es de origen interno?; d) demuestre que $F^{externa} = \frac{d\vec{p}}{dt}$.
5. En el problema cuatro, calcular el trabajo realizado por las fuerzas que actúan sobre las partículas cuando el sistema evoluciona desde $t = 0$ s hasta $t = 1$ s. ¿Puede separarse el trabajo realizado por las fuerzas internas del realizado por las fuerzas externas?
6. En el problema cuatro, desglosar la energía cinética total del sistema en los instantes $t = 0$ s y $t = 1$ s en dos partes, una correspondiente a la energía cinética interna y otra a la orbital.
7. Suponiendo que el choque entre un palo de golf y la pelota sea perfectamente elástico y que la masa de la pelota es mucho menor que la del palo, demuestre que la velocidad de la pelota tras el golpe es aproximadamente el doble de la que llevaba la cabeza del palo un instante antes del impacto.


8. Con un mortero, se dispara verticalmente una granada con una velocidad inicial de 300 m/s. Cuando la granada alcanza el punto más alto de su trayectoria, explota en tres fragmentos de masas iguales. Uno de los fragmentos continúa subiendo verticalmente con una velocidad de 100 m/s; otro fragmento sube con una velocidad inicial de 250 m/s formando un ángulo de 45° con la vertical. Calcule: a) la velocidad y dirección del tercer fragmento; b) la energía liberada en la explosión de la granada; c) los puntos de caída sobre el terreno de los fragmentos; d) explique cómo se mueve el centro de masas después de la explosión.
9. Dos péndulos simples, de masas m_1 y m_2 y ambos de longitud l , están suspendidos de un mismo punto. Se separa uno de ellos de la vertical (manteniendo el hilo tenso) hasta que se obtiene una diferencia de alturas h entre ambas masas pendulares; entonces, se suelta dicho péndulo de modo que colisione con el otro. Suponiendo que la colisión es completamente inelástica, ¿a qué altura se elevará el conjunto tras la colisión?
10. Un vagón de ferrocarril de 20 Tm está en reposo en una pendiente con los frenos actuando. Se desactivan los frenos y el vagón desciende hasta la parte inferior de la pendiente 9 m más abajo; entonces, choca con otro vagón de 10 Tm que está en reposo en la parte inferior de la vía y sin frenos. Los dos vagones se acoplan y ruedan ascendiendo por la vía hasta una altura H . Determine H .



11. Federico, un caballero por tradición, está buscando dragones contra quienes pelear. Completo con sus armas, armadura, caballo y bolsa de la merienda pesa 1000 kg. Localizado su contrincante, carga contra él furiosamente con una velocidad de 10 km/h. Se observa que el dragón retrocede como consecuencia del encontronazo con una velocidad de 2 km/h ¿Cuál es su masa? (Suponga que el choque es perfectamente elástico).



12. Una pelota de ping-pong se deja caer sobre un suelo duro y rebota hasta alcanzar el 90% de su altura original. a) Encuentre la expresión general para la altura máxima después del n -ésimo rebote; b) ¿Cuántos botes necesitará para que la altura máxima se

reduzca hasta el 5% de su valor original; c) Estime el tiempo máximo que la pelota estará botando cuando se deja caer desde una altura de 5m.

13. Se lanza un cohete de masa inicial m_0 de forma que la velocidad del chorro gaseoso expulsado sea constante y de valor v con respecto al cohete. Considerando la Tierra como sistema de referencia inercial y suponiendo que la trayectoria del cohete sea vertical con un valor de la aceleración debida a la gravedad constante, calcule la velocidad del cohete V al cabo de un tiempo t .



14. Un barco de recreo remolca un bote con un hombre en su interior a la velocidad constante v_0 . En el instante $t = 0$ se suelta el cable y el hombre comienza a remar en la misma dirección y sentido del movimiento, ejerciendo una fuerza constante F . Si la masa total del bote y el hombre es M y la resistencia del agua es igual a $k \cdot v$, se pide determinar la velocidad del bote al cabo de un tiempo t .
15. Una partícula tiene inicialmente una velocidad v_0 , choca contra otra en reposo y se desvía un ángulo φ ; su velocidad después del choque es v . La segunda partícula retrocede, formando su velocidad un ángulo θ con la dirección original de la primera partícula. Demuestre que:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v \operatorname{sen} \varphi}{v_0 - v \operatorname{cos} \varphi}$$