TENSIONES

1. El estado de tensiones de un punto viene dado por el siguiente tensor de segundo orden:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 500 & 500 & 800 \\ 500 & 1000 & -750 \\ 800 & -750 & 300 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

Calcule el vector de tensiones $\vec{T}_n$ en el plano definido por el vector $\vec{n} = \frac{1}{2}\hat{e}_1 + \frac{1}{2}\hat{e}_2 + \frac{1}{2}\hat{e}_3$.

2. Demostrar que el tensor de tensiones σ_{ij} es efectivamente un tensor de segundo orden.

3. Dado el tensor de tensiones:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

calcule: a) el vector de tensión en el plano definido por el eje Z y la bisectriz de los ejes XY; b) el vector tensión sobre un plano cuyo vector unitario normal es $\nu^t = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

4. Dado el tensor de tensiones:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

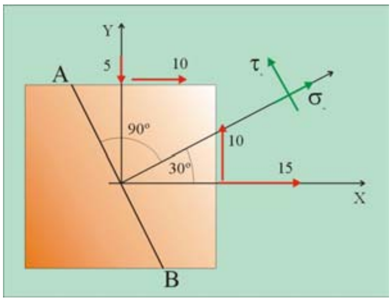
calcule: a) las tensiones tangenciales máximas y los planos donde actúan.; b) los planos en los que no existe tensión normal y el valor de la tensión tangencial en los mismos.

5. Dado el tensor de tensiones:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

calcule: a) el plano sobre el cual actúan tensiones $\sigma_n = 3$ y $\tau_n = 3$; b) considere todos los planos con $\sigma_n = 2$ y calcule en cual de ellos es máxima la tensión tangencial y el valor de la misma; c) determine el tensor esférico y desviador.

6. En un punto de un material plano existe un estado tensional representado por el elemento de la figura. Si las unidades son Pa, calcula la componente normal y tangencial del vector de tensiones asociado al plano AB.



7. En un punto P de un material la matriz de tensiones viene dada por:

$$\sigma_{i\,j} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Calcular en el punto P el vector tensión correspondiente a un plano cuya normal está definida por un vector que forme ángulos de 45º con los ejes X e Y, siendo positivas sus componentes. Indique si las tensiones principales son de tracción o compresión.

8. Las tensiones principales en un punto P de un material referidas a un sistema cartesiano S y expresadas en MPa son:

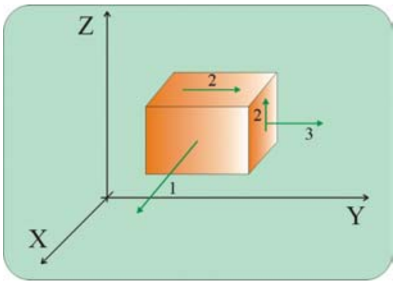
$$\vec{\sigma}_I = \frac{50}{3}(2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$$

$$\vec{\sigma}_{II} = 20\hat{i} - 10\hat{j} - 20\hat{k})$$

$$\vec{\sigma}_{III} = -\frac{20}{3}(\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$$

Calcule la tensión en un plano cuya normal forma ángulos iguales con los semiejes positivos del triedro S.

9. Sobre las caras de un paralelepípedo de un determinado material existen las tensiones que se indican en la figura expresadas en MPa. Calcule: a) los planos perpendiculares a los vectores tensión y los valores de tensión correspondientes; b) el lugar geométrico de los extremos de los vectores tensión, es decir, la representación de Lamé.



10. La ecuación secular para un punto de un material viene dada por:

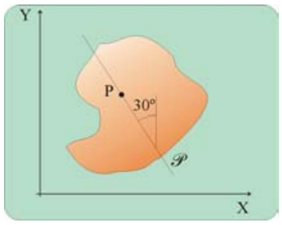
$$\lambda^3 - 5\lambda^2 - 8\lambda + 12 = 0$$

Determine analítica y gráficamente los valores de la tensión normal y tangencial en el plano definido por el vector:

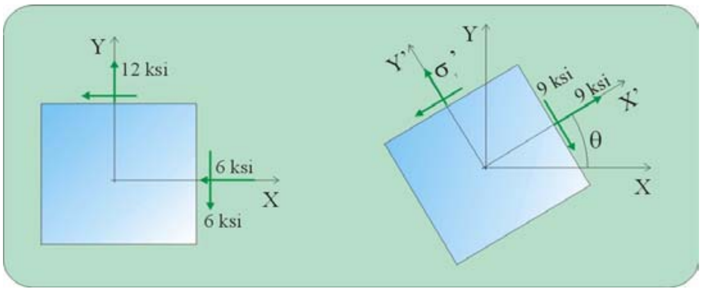
$$\vec{u} = \frac{1}{2}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j} + \frac{1}{2}\hat{k}$$

11. En un punto P de un material se conocen las tensiones principales que son σ_I = 300 kp/cm^2, σ_{II} = 100 kp/cm^2 y σ_{III} = 0. Calcule gráficamente los valores de tensión tangencial máxima y mínima que aparece en los siguientes casos: a) en los planos en los que el vector tensión forma un ángulo de 80º con la normal; b) en los planos cuya normal forma 80º con la dirección principal correspondiente a σ_I; c) en los planos en los que el módulo de la tensión vale 200 kp/cm^2; d) en los planos en los que σ_n = 200 kp/cm^2.

12. Las componentes de esfuerzo plano en el punto P del material de la figura son σ_x = 4 ksi, σ_y = -2 ksi y τ_{xy} = 2 ksi. ¿Cuáles son el esfuerzo normal y tangencial sobre el plano $\mathscr{P}$?



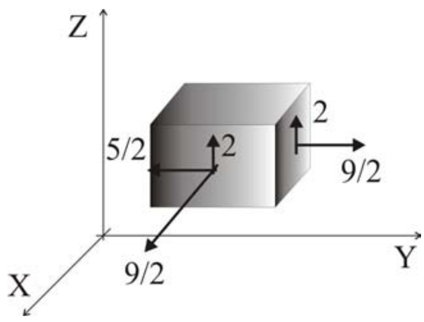
13. Una pieza de determinado material soporta las tensiones representadas en la figura. La pieza se gira un ángulo θ de forma que las tensiones finales son las que aparecen en la figura. ¿Cuánto valen σ_y*'* y θ ?. Resuelva el problema analítica y gráficamente.



14. En los ensayos realizados en las toberas del motor principal del transbordador espacial se encontró con ayuda de medidas de deformímetros que las componentes de esfuerzo plano son σ_x = 67.34 MPa, σ_y = 82.66 MPa y τ_{xy} = 6.43 MPa. Encuentre el esfuerzo cortante máximo absoluto al que se somete el material.

15. Un punto P de la estructura de soporte del radiotelescopio del Veleta está sujeto a un estado de esfuerzo plano σ_x = 40 MPa, σ_y = -20 MPa y τ_{xy} = 30 MPa. Determine gráficamente los esfuerzos principales y el esfuerzo cortante máxmo absoluto.

16. Sea un material sometido a los esfuerzos (en Mpa) que se presentan en la figura. a) Determine el tensor de tensiones; b) Represente el estado tensional mediante los círculos de Mohr; c) ¿A qué plano corresponden los esfuerzos $\sigma_n = 2$ y $\tau_n = 2$?; d) ¿A qué plano corresponden los esfuerzos $\sigma_n = 2$ y $\tau_n = 3.5$? ; e) Calcular la tensión normal y tangencial en un plano cuya normal forma ángulos iguales con los tres ejes principales; f) Calcule, analítica y gráficamente, la tensión tangencial máxima y la tensión normal asociada a ella.



17. El estado de esfuerzo en un punto de un material es:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 \\ -2 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

a) Determine la tensión que actúa sobre el plano determinado por $\hat{n} = 0.818\hat{i} + 0.545\hat{j} + 0181\hat{k}$; b) Determine el esfuerzo normal y el esfuerzo cortante en ese mismo plano.

18. El estado de esfuerzo en un punto de un material es:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 20 & -15 & 30 \\ -15 & -40 & 25 \\ 30 & 25 & \sigma_z \end{pmatrix} \quad MPa$$

El esfuerzo normal sobre un plano cuya orientación está especificada por el vector unitario $\hat{n} = -0.857\hat{i} + 0.429\hat{j} + 0286\hat{k}$ es σ_n = 12.6 MPa. ¿Cuál es la componente σ_z del esfuerzo?

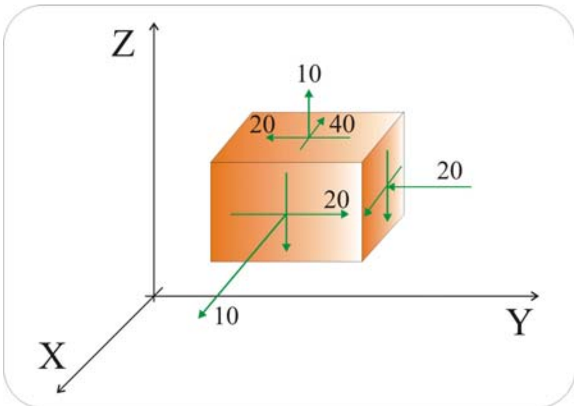
19. Dado el tensor de tensiones en el punto P:

$$\sigma = \begin{pmatrix} -\frac{14}{4} & -\frac{2\sqrt{3}}{4} & 0 \\ -\frac{2\sqrt{3}}{4} & -\frac{18}{4} & 0 \\ 0 & 0 & -8 \end{pmatrix}$$

expresado en N/cm^2, a) calcule el valor de las tensiones principales; b) construya el diagrama de Mohr y obtenga si la tensión que soportan los planos en el punto P es de tracción o compresión; c) para la tensión de valor $\vec{T}_n = 7$ N/cm^2 obtenga las componentes intrínsecas.

20. Las tensiones principales para un punto de un determinado material son σ_I = 5000 N/m^2, σ_{II} = 3000 N/m^2 y σ_{III} = -1000 N/m^2. Utilice los diagramas de Mohr y encuentre gráficamente la tensión y sus componentes intrínsecas para un plano que está definido por un versor tal que n_1 = 0.4695 y n_3 = 0.7071. Determine también, gráficamente, el valor del ángulo director correspondiente a n_2.

21. Sobre las caras de un paralelepípedo elemental de un material existen las tensiones indicadas en la figura (en MPa). Calcule: a) tensiones y direcciones principales; b) Analíticamente, las componentes intrínsecas del vector tensión correspondiente al plano cuya normal forma ángulos iguales con los semiejes cartesiano XYZ; c) mediante el círculo de Mohr, responda al apartado anterior.



22. Dado el tensor de tensiones (en MPa) en un punto P respecto a la base $\{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3\}$,

$$\sigma = \begin{pmatrix} 18 & 0 & -12 \\ 0 & 6 & 0 \\ -12 & 0 & 24 \end{pmatrix}$$

se pide: a) Determinar el vector tensión en P sobre un plano con normal unitaria dada por:

$$\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{e}_1 + \hat{e}_2 + \hat{e}_3)$$

b) Descomponer el vector tensión en sus componentes normal y tangencial. c) Obtener las componentes del tensor de tensiones asociadas a una nueva base $\{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3\}$ obtenida por rotación de +30º alrededor de X. d) Calcular las tensiones principales y el triedro propio.

23. Dado el tensor de tensiones para una base ortonormal:

$$\sigma = \begin{pmatrix} x^2 y & x(1-y^2) & 0 \\ x(1-y^2) & \frac{1}{3}(y^3 - 3y) & 0 \\ 0 & 0 & 2z^2 \end{pmatrix}$$

determine: a) la distribución de fuerzas másicas en el cuerpo para que se verifiquen las condiciones de equilibrio. b) Las tensiones principales en el punto $P(a) = (a, 0, 2\sqrt{a})$. c) El valor máximo de la tensión tangencial en *P(a)*.

24. La fuerza P se aplica en un poste como el de la figura. Si se sabe que los esfuerzos en el plano a-a son $\sigma = -15kPa$ y $\tau = 5kPa$, determine: a) el ángulo α que forma el plano a-a con la horizontal; b) el esfuerzo P en el poste.