VECTORES

1) Demostrar que el área del paralelogramo definido por los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ es igual al módulo de su producto vectorial.

2) Demostrar que el volumen del paralelepípedo definido por los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ viene dado por $V = (\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

3) Encontrar el valor de los siguientes productos: a) $\hat{\imath} \cdot \hat{\imath}$; b) $\hat{\imath} \cdot \hat{\jmath}$; c) $\hat{\imath} \wedge \hat{\imath}$; d) $\hat{\imath} \wedge \hat{\jmath}$; e) $\hat{\jmath} \wedge \hat{k}$; f) $\hat{k} \wedge \hat{\jmath}$.

4) Dados los vectores $\vec{a}$ = (2, 4, 6) y $\vec{b}$ = (1, -2, 3) calcular: a) El vector suma $\vec{a} + \vec{b}$; b) el vector diferencia $\vec{a} - \vec{b}$ y un vector unitario que defina su dirección y sentido.

5) Dados los vectores $\vec{a}$ = (1, -1, 2) y $\vec{b}$ = (-1, 3, 4) calcular: a) El producto escalar de ambos vectores. b) El ángulo que forman.

6) Demuestre que si la suma y diferencia de dos vectores en el plano tienen el mismo módulo, entonces son perpendiculares.

7) Dados los vectores $\vec{a}$ = (2, 1, -3) y $\vec{b}$ = (1, 0, -2) hallar un vector unitario perpendicular a ambos.

8) Si el producto vectorial de dos vectores es $\hat{a} \wedge \hat{b} = 3\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} + 2\hat{k}$ y sus módulos son 4 y $\sqrt{7}$, respectivamente, calcule su producto escalar.

9) Dados los vectores $\vec{a}$ = (1, 3, -2) y $\vec{b}$ = (1, -1, 0), calcular: a) Su producto vectorial. b) El área del paralelogramo que tiene a los dos vectores como lados. c) Un vector $\vec{c}$ de módulo 6 perpendicular al plano en que se encuentran $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

10) Cuatro vectores se suman conjuntamente dando una resultante nula. ¿Es posible que tres de estos vectores sean coplanarios y el cuarto pertenezca a un plano distinto?

11) Si el producto escalar de dos vectores se multiplica por un vector, ¿qué resulta?.

12) Un punto en el plano tiene las coordenadas (-3, 5). ¿Cuáles son sus coordenadas polares?

13) Un punto tiene como coordenadas polares r = 5.5 y θ = 240 grados. ¿Cuáles son sus coordenadas cartesianas?

14) Dado el vector $\vec{a} = A(\cos\omega\, t\, \hat{i} + \operatorname{sen}\omega\, t\, \hat{j})$ siendo *A* y ω constantes y *t* la variable escalar independiente, se pide: a) hallar su módulo y la derivada de éste; b) calcule:

$$\frac{d\vec{a}}{dt} \quad , \quad \left|\frac{d\vec{a}}{dt}\right|$$

c) demuestre que $\vec{a}$ y $\dfrac{d\vec{a}}{dt}$ son perpendiculares

15) Dados los vectores $\vec{a} = (2t, \operatorname{sen} t, 0)$ y $\vec{b} = (0, 2\cos t, t^2)$ calcule el valor de:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\vec{a} \wedge \vec{b}}{\vec{a} \cdot \vec{b}}\right]$$

16) Dados los vectores $\vec{a}$ = (t^2, t, 1) y $\vec{b}$ = (1, t, t+1) calcule el valor de $\int \vec{a} \cdot \vec{b}\, dt$ y de $\int \vec{a} \wedge \vec{b}\, dt$.

17) ¿Bajo qué condición el producto escalar de dos vectores es igual al módulo del producto vectorial de los mismos vectores?

18) Dado el vector $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ que pasa por el punto *A = (3,1,1)* y dado el punto *P = (1, -1, 2)*, calcule el producto vectorial de $\overrightarrow{PA}$ por $\vec{a}$; determine el producto triple $\vec{c}\,(\overrightarrow{PA} \wedge \vec{a})$ siendo $\vec{c}$ el vector unitario que tiene como primer y segundo cosenos directores 0.5 y -0.707.

19) Un tetraedro tiene por vértices los puntos A= (0,0,0), B=(2,0,0), C=(0,2,0) y (1,1,2). Encuentre: a) el vector que representa a cada cara del tetraedro; b) la superficie del tetraedro.

20) Determine el volumen del paralelepípedo de la figura adjunta sabiendo que los vértices explicitados son: A(2,3,0), B(4,2,3), C(7,-1,4) y D(1,1,1).