

Espectro primo y álgebras de caminos de Leavitt primitivas

Gonzalo Aranda

En los años 60, W. G. Leavitt estudió álgebras (actualmente denotadas por $L(1, n)$) que eran universales con respecto a no tener la propiedad IBN. Concretamente, $L(1, n)^n \cong L(1, n)$ como $L(1, n)$ -módulos para $n \geq 2$. Para cada cuerpo K y cada grafo de filas finitas E , las álgebras de caminos de Leavitt $L_K(E)$ son por un lado generalizaciones naturales de dichas álgebras, y por otro, la versión algebraica de las C^* -álgebras de grafo $C^*(E)$ que han sido estudiadas por un gran número de autores desde hace ya más de una década.

La familia de álgebras que pueden ser realizadas como álgebras de caminos de Leavitt incluye álgebras de matrices $M_n(K)$ para $n \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ (donde $M_\infty(K)$ denota el álgebra de matrices de tamaño numerable con sólo un número finito de entradas no nulas), el álgebra de Toeplitz, el álgebra de polinomios de Laurent $K[x, x^{-1}]$, y las álgebras (clásicas) de Leavitt $L(1, n)$ para $n \geq 2$.

Una de las líneas de investigación en la teoría de álgebras de caminos de Leavitt es la caracterización de propiedades algebraicas de $L_K(E)$ mediante propiedades del grafo E . Así se han dado condiciones necesarias y suficientes sobre E para que $L_K(E)$ sea simple, puramente infinita simple, de intercambio, finito dimensional, localmente finita, noetheriana, semisimple, etc.

En este trabajo se sigue dicha filosofía respecto a la propiedades de ser prima y primitiva, dando por tanto la versión algebraica del trabajo de Hong y Szymański en el que computaron el espectro primo de la C^* -álgebra de grafo $C^*(E)$.

Se establece pues una biyección entre los ideales primos del álgebra de caminos de Leavitt $L_K(E)$ y el conjunto formado por la unión disjunta de $\mathcal{M}(E)$ (colas maximales) y el producto cartesiano de $\mathcal{M}_\tau(E)$ (colas maximales para las que todo ciclo tiene una salida) con $\text{Spec}(K[x, x^{-1}])^*$ (ideales primos no nulos del álgebra de polinomios de Laurent).

Finalmente, se encuentran condiciones necesarias y suficientes en el grafo E para que el álgebra de caminos de Leavitt $L_K(E)$ sea primitiva obteniéndose que $L_K(E)$ es primitiva por la izquierda (o por la derecha) si y sólo si todo ciclo en E tiene una salida y el conjunto de todos los vértices de E es en sí mismo una cola maximal.