

Problemas de ecuaciones diofánticas RSME

Los siguientes problemas, han sido propuestos en ediciones anteriores de las Olimpiadas de la RSME y su solución puede consultarse en la dirección web:

http://www.olimpiadamatematica.es/platea.pntic.mec.es/_csanchez/olimprab.htm

1. (Curso 1999-2000) Se sabe que el polinomio $p(x) = x^3 - x + k$ tiene tres raíces que son números enteros. Determínese el número k .
2. (Curso 2000-2001) Halla el número natural n que es el producto de los primos p , q y r , sabiendo que:

$$r - q = 2p \quad y \quad rq + p^2 = 676$$

3. (Curso 2002-2003) ¿Cuántas ternas ordenadas de números naturales (a, b, c) distintos de la unidad hay tales que $a.b.c = 7^{39}$?
4. (Curso 2003-2004) Hallad todas las posibles formas de escribir 2003 como suma de dos cuadrados de números enteros positivos.

5. (Curso 2004-2005) Demostrar que la ecuación
$$x^2 + y^2 + z^2 - x - 3y - z - 4 = 0$$

posee infinitas soluciones en números enteros.

6. (Curso 2006-2007) Encontrar todas las soluciones enteras posibles, x e y , de la ecuación:

$$p(x + y) = xy$$

siendo p un cierto número primo.

7. (Curso 2010- 2011) Calcula todos los números enteros a , b y c tales que:

$$a^2 = 2b^2 + 3c^2$$

8. (Curso 2012-2013) Hallar todas las soluciones enteras (x, y) de la ecuación

$$y^k = x^2 + x$$

donde k es un número entero dado mayor que 1.