

Comentarios y erratas

Capítulo 1

Pág. 21, línea 4. Al final de la línea debe escribirse “ \mathbb{Q} ” en vez de “ \mathbb{R} ”.

Pág. 26, línea 4. En la propiedad 5 sería conveniente indicar que —al igual que en la propiedad 3— la unión es disjunta, esto es: $\text{int } A \cap \partial A = \emptyset$.

Pág. 42, ejercicio 1 de la sección 1.3.6. En el conjunto B , donde se escribe “ $n \in \mathbb{Z}$ ” debe decir “ $n \in \mathbb{N}$ ”. Además, este ejercicio debe trasladarse a la sección 1.2.7, incorporándolo al ejercicio 3 de esa sección.

Pág. 48, línea 3. Donde dice “ $\arg e^z = \text{Im } z$ ”, debe decir “ $\arg e^z = \text{Im } z \pm 2k\pi$ para cierto $k \in \mathbb{Z}$ (de manera que $\text{Im } z \pm 2k\pi$ pertenezca al intervalo $[0, 2\pi)$)”.

Pág. 48, línea -4. Al final de la línea, en vez de “argumento” debe decir “argumento principal”.

Pág. 49, ejercicio 5 de la sección 1.5. El conjunto A debería suprimirse, puesto que coincide con el conjunto A del ejercicio 1 de la sección 1.3.6 (pág. 42). Por otra parte, el conjunto C daría lugar a un ejercicio más interesante si en su definición se sustituye el intervalo $(-3, 0)$ por el intervalo $(-3, -1)$.

Pág. 50, línea 3. Deben suprimirse las dos llaves que aparecen en esa línea.

Capítulo 2

Pág. 58, línea 1. Debería hacerse referencia a una nota a pie de página que dijera lo siguiente: “En la siguiente sección, a la i -ésima fila y a la j -ésima columna de una matriz se las denotará también por F_i y C_j . En el capítulo 6 aparecerá de nuevo esta notación, pero en minúsculas: f_i y c_j ”.

Pág. 63, línea 1 del Paso 1. Debe decir: “... la primera columna no nula excepto...”

Pág. 67, línea 2 del caso (a). En tres ocasiones debe decir “ \bar{b}_t ” en vez de “ \bar{b}_m ”.

Pág. 72, ejercicio 3 de la sección 2.2.5. El primer sistema debería suprimirse, puesto que coincide con el resuelto en el ejemplo 2.12.

Pág. 73, sección 2.3. En esta sección el conjunto de matrices $m \times n$ pasa a denotarse $M_{m \times n}(\mathbb{R})$ en vez de $\mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R})$. En cualquier caso, ambas notaciones son correctas.

Pág. 79, línea 5. Debe decir: “ $(A + B)(A - B) = AA + BA - AB - \underline{BB}$ ”.

Pág. 81, línea 3 de la definición. Debe decir: “... pero $A^{p-1} \neq 0_n$ ”.

Pág. 83, línea 3 del ejercicio 2. Debe decir: “ $A0_{p \times n} = \underline{0_{p \times n}}A$ ”.

Pág. 113, línea -1. Algunos puntos suspensivos de la matriz no están bien colocados. La matriz debería expresarse como sigue:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & & & \ddots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Pág. 114, ejercicio 6. La última frase del enunciado debe sustituirse por lo que sigue: “Obtenga cuántas horas deben trabajar las tres primeras hormigoneras en función del número de horas de trabajo de la cuarta. ¿Cuántas horas puede trabajar como máximo esta última, si se exige que el número de horas sea entero? ¿Y como mínimo?”.

Pág. 118, línea 3. Aunque puede resolverse el determinante del caso (a) como está, en realidad se quería que el cuarto elemento de su primera fila fuese 3 en vez de 13.

Pág. 121, línea -3. Deben suprimirse las dos comas y las palabras “utilizando el método de Gauss”, contenidas entre ellas.

Capítulo 3

Pág. 126, línea 2 del ejemplo 3.3. Debe decir: “ $\text{Im } f = \mathbb{R} \not\subset \text{Dom } g$ ”.

Pág. 129, línea 3. Tras esta línea debería añadirse: “cuyo dominio es \mathbb{R} y su imagen es”.

Pág. 129, línea 6. Tras esta línea debería añadirse la siguiente frase: “Su imagen se deduce inmediatamente a partir del caso anterior”.

Pág. 137, párrafo anterior a la figura 3.7. Debe decir: “En la figura 3.7 se muestra la gráfica de una función real de dos variables, así como algunas de sus curvas de nivel”.

Pág. 137, figura 3.7. Sobre algunas de las curvas de nivel de la figura se han dibujado por error ciertas formas triangulares que no deberían aparecer.

Pág. 137, pie de la figura 3.7. Debe decir: “Representación gráfica de la función $f(x, y) = \sin xy$ ($(x, y) \in [0, 4] \times [0, 4]$) y de algunas de sus curvas de nivel”.

Pág. 142, línea -1. Al final de la frase debe añadirse: “en el tiempo t ”.

Pág. 145, figura 3.10. En esa figura los valores de la función en los puntos $a - \delta$ y $a + \delta$ no tienen que coincidir con $L - \epsilon$ y $L + \epsilon$, respectivamente: basta que se sitúen entre estos dos valores.

Pág. 146, línea 1 del teorema 3.3. Debe decir “tales que $\text{Im } g \subset \text{Dom } f$ y verifican” en vez de “con tales que”.

Pág. 146, teorema 3.5. Conviene extender el teorema escribiendo: “...y $L > M$ (respectivamente, $L < M$), entonces existe $\delta > 0$ tal que $f(x) > M$ (respectivamente, $f(x) < M$) para todo $x \in E^*(a, \delta) \cap \text{Dom } f$ ”.

Pág. 147, línea anterior a la sección 3.4.2. En vez de “3.3 y 3.4”, debe decir “3.4, 3.5 y 3.6”.

Pág. 150, línea -3. Debe decir “ $f(x) < -M$ ” en vez de “ $f(x) > -M$ ”.

Pág. 151, línea 9. En tres ocasiones debe decir “ K ” en vez de “ k ”.

Pág. 151, propiedad (h). Tras suprimir algunos símbolos, la propiedad debe comenzar así: “ $\pm\infty/0$ puede ser...”

Págs. 152-153, apartado (b) del ejercicio. Se debe sustituir la raíz “ $\sqrt{x-1}$ ” por “ $\sqrt{x^2-1}$ ” (en siete ocasiones).

Pág. 153, pie de página número 11. Debe decir: “Esta propiedad puede deducirse fácilmente del siguiente hecho conocido: si $h(x) \rightarrow \infty$ cuando $x \rightarrow a$ entonces

$$e = \lim_{x \rightarrow a} \left(1 + \frac{1}{h(x)} \right)^{h(x)}.$$

Pág. 155, ejercicio 8. El límite solo tiene sentido como límite de una sucesión: donde dice “ x ”, debe escribirse “ n ” (en cinco ocasiones).

Pág. 156, líneas 1-3 tras la definición. La línea 3 debería continuar tras la línea 1, suprimiendo la línea 2.

Pág. 157, primer párrafo tras el ejemplo 3.25. Al final de ese párrafo debe añadirse la siguiente frase: “Igualmente pueden definirse los límites en el infinito según un subconjunto”.

Pág. 157, línea -7. Debe decir: “los teoremas 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.8, 3.9, 3.10 y 3.11...”

Pág. 160, línea anterior a la sección 3.7. Debe decir: “ $g(x, y, z) = (\sin x, 1 + z, 3e^y)$ ”.

Pág. 164, línea -1. Añadir al final la siguiente frase: “Como la solución exacta es $s = 0,347296\dots$, el error real es $x_{10} - s = -0,000339\dots$, que es efectivamente menor que una milésima”.

Pág. 169, ejercicio 27. Para que el enunciado tenga más sentido, suponga que $x \geq 0$ indica unidades de tiempo y que $P_1(x)$ y $P_2(x)$ indican millones de individuos.

Pág. 169, ejercicio 28. Puede suprimirse, puesto que coincide con el ejercicio 5 de la sección 3.7.4.

Capítulo 4

Pág. 175, línea 1 del ejemplo 4.3. La palabra “ecuación” debe sustituirse por la palabra “función”.

Pág. 180, última línea de la definición. Debe decir: “... $n \in \mathbb{N}$, donde $C(I)$ es el conjunto de las funciones que son continuas en el intervalo I ”.

Pág. 181, dos últimas líneas del ejemplo 4.6. Lo que se afirma en esas líneas es erróneo. Debe sustituirse por lo siguiente: “Pero, por otra parte, es fácil comprobar que f_x y f_y no son continuas en el punto $(0, 0)$ ”.

Pág. 187, líneas 2-3 tras la tabla 4.1. Debe decir: “... de una función h positiva a partir de...”

Pág. 189, líneas 1-3. El texto de estas líneas debe sustituirse por: “Tras no pocos cálculos, el lector puede comprobar que f es de clase C^1 en \mathbb{R}^2 , que f_{xy} y f_{yx} existen y coinciden

en $\mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$ y que, sin embargo, $f_{xy}(0, 0) = -1$ y $f_{yx}(0, 0) = 1$. Por supuesto, f_{xy} y f_{yx} no son continuas en $(0, 0)$ ”.

Pág. 189, línea -6. Donde dice “los teoremas 4.5, 4.8 y 4.9”, debe decir “los teoremas 4.1 y 4.2”.

Pág. 191, tres últimas líneas del ejemplo 4.13. Deben eliminarse las dos últimas frases del ejemplo (desde “Es fácil probar...”).

Pág. 194, línea 5. Debe decir: “. . . y, efectivamente, la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(0, 0)$ es horizontal ya que $f'(0) = 0$ ”.

Pág. 195, líneas 5-6. Eliminar “ f' ” al final de la línea 5, y añadir al final de la línea 6 las palabras “es decir, cuando f' no tenga ceros”.

Pág. 198, línea -6. Tras la palabra “aplica” se deben insertar las siguientes palabras: “al mismo límite considerado en (a)”.

Pág. 199, ejemplo 4.20. Debe suprimirse este ejemplo, que no es nada claro.

Pág. 200, líneas 6-7 anteriores al teorema 4.23. Debe decir: “de hecho, $p_{n,a}$ es el polinomio de grado no mayor que n que mejor aproxima a f —en cierto sentido, que no explicaremos aquí— en cierto entorno del punto a (aunque...”

Pág. 201, línea 3. En el numerador de la expresión del primer límite se ha de sustituir “ $q_{n,a}(x)$ ” por “ $p_{n-1,a}(x)$ ”.

Pág. 201, línea 6 del teorema 4.24. Debe suprimirse la conjunción “y” que aparece al final.

Pág. 204, línea 9. Donde dice “ $f'(c) \neq 0$ ”, debe decir “ $f'(c) = 0$ ”.

Pág. 210, línea 4 de la sección 4.4. Debe decir: “. . . puntos de dicho intervalo no es...”

Pág. 210, línea 1 del ejercicio 4 de la sección 4.4. Debe decir: “. . . en todo punto $x \in \mathbb{R}$ y $a \in \mathbb{R}$, calcule...”

Pág. 211, línea 1. Donde dice “ u_x y u_y para”, debe decir “de primer orden de”.

Pág. 211, ejercicio 12. En la función $d(t)$ debe decir “ $t/\ln|t+1|$ ” en vez de “ $t/\ln(t+1)$ ”.

Pág. 213, ejercicio 26. En la función $d(x)$ debe decir “ $x \neq 0$ ” en vez de “ $x > 0$ ”.

Capítulo 5

Pág. 228, línea -7. La segunda ecuación del sistema debe ser la siguiente: $\frac{\sin(x/2)}{\cos(x/2)} = t$.

Pág. 234, línea 2. Debe decir: “. . . m^3/min , donde t es el tiempo transcurrido (en minutos) desde que se pone en marcha el motor de llenado. Si, por motivo...”

Pág. 248, ejercicio 1. En su enunciado se deben suprimir suprimir las expresiones “ $a(x) =$ ” y “ $b(x) =$ ” situadas delante de las integrales que se pide calcular.

Pág. 248, línea 3 del ejercicio 2. Este ejercicio sería más verosímil en sus datos si la fórmula fuera la siguiente: $T(x) = 2 - \left(\frac{x-13}{7}\right)^2$.

Pág. 249, línea 3 del ejemplo 5.27. Debe decir “ $v(y)$ ” en vez de “ $v(x)$ ”.

Pág. 267, líneas 1-2. Sustituir la primera frase del ejercicio 2 por la siguiente: “La pared de una presa es plana, su base y su borde superior son segmentos horizontales y su

altura es de 20 m. Se ha medido la anchura de la pared de la presa a nivel del suelo y desde ahí a intervalos de 5 m. de altitud, obteniéndose desde abajo hacia arriba los siguientes valores: 9, 15, 20, 27 y 30 m”.

Pág. 271, línea -14. En las fórmulas de las coordenadas x_m e y_m del centro de gravedad falta multiplicar por la constante k (que es la densidad). Es decir, el numerador de las fracciones que anteceden a las integrales es k (y no 1, como aparece expresado).

Pág. 277, línea 1 del ejercicio 4. Debe decir: “. . . funciones trigonométricas o exponenciales, en sus. . .”

Pág. 280, ejercicio 19. Se pueden eliminar las funciones f y m de ese ejercicio, puesto que coinciden con las de los ejemplos 5.33 y 5.34.

Pág. 281, ejercicio 23. En su apartado (c) la desigualdad debe ser estricta: $x^2 + y^2 < 4$.

Capítulo 6

Pág. 287, última línea del ejemplo 6.1. Es necesario completar la frase diciendo: “. . . grado menor o igual que n) son espacios vectoriales reales”.

Pág. 289, línea 7. Para evitar posibles confusiones, es mejor hablar de *subespacios impropios* en lugar de *subespacios triviales*, puesto que en una corrección posterior se va a introducir el concepto de *espacio vectorial trivial*, que tiene otra significación.

Pág. 295. Tras el corolario 6.6 y antes de pasar a los ejemplos, sería bastante conveniente insertar los párrafos siguientes:

“Las definiciones de dependencia e independencia lineal, así como las caracterizaciones de estos conceptos dadas por el teorema 6.5 y el corolario 6.6 pueden hacerse más sencillas cuando el conjunto S es finito, como se indica a continuación (y no es difícil demostrar).

Sea V un espacio vectorial y sean u_1, u_2, \dots, u_n n vectores (distintos) de V . Entonces, estos vectores son linealmente independientes si se satisface alguna de las siguientes condiciones (que son equivalentes):

- (i) Ningún vector u_i puede expresarse como combinación lineal de los demás.
- (ii) La única combinación lineal nula de esos n vectores es la trivial; es decir, si $\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \dots + \alpha_n u_n = \theta$, entonces $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0$.
- (iii) Cualquier vector del subespacio $\langle u_1, u_2, \dots, u_n \rangle$ (también el neutro θ) se expresa de una única forma como combinación lineal de esos n vectores.

Por el contrario, u_1, u_2, \dots, u_n son linealmente dependientes si satisfacen alguna de las siguientes condiciones equivalentes:

- (i) Algún vector u_i puede expresarse como combinación lineal de los otros.
- (ii) Existen ciertos $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}$, no todos nulos, tales que $\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \dots + \alpha_n u_n = \theta$.
- (iii) Cualquier vector del subespacio $\langle u_1, u_2, \dots, u_n \rangle$ puede expresarse de infinitas formas como combinación lineal de esos n vectores”.

Pág. 295, líneas -5 y -4. Una vez realizada la corrección anterior, es conveniente suprimir la siguiente frase: “Se obtienen aplicando el teorema 6.5, el corolario 6.6 y las correspondientes definiciones”. Por otra parte, en la línea -5 debe decir “y el cuarto” en vez de “y el tercero”.

Pág. 296, línea 4 del ejemplo 6.14. Debe decir: “. . . lineal de dichos vectores (por ejemplo, $(4, 2) = \dots$.”

Pág. 297. Una vez realizadas las modificaciones indicadas en la pág. 295, debe suprimirse el primer párrafo y la definición de la pág. 297. Además, el primer párrafo situado tras esa definición debería comenzar así: “El estudio de la independencia o de la dependencia lineal de un conjunto finito de vectores u_1, u_2, \dots, u_n suele reducirse al estudio del carácter de un sistema lineal homogéneo cuyas incógnitas son los coeficientes $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ de la combinación lineal nula $\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \dots + \alpha_n u_n = \theta$. Cuando ese sistema es compatible determinado. . .”

Pág. 300, líneas 7-8. Pueden suprimirse esas líneas —el caso (d)—, puesto que quizá lleve a confusión acerca de si un conjunto puede contener dos elementos iguales (caso que de hecho se excluye a lo largo del libro, aunque se ha querido indicar expresamente en la primera de las correcciones de la página 295 hechas en este documento).

Pág. 300, línea anterior a la sección 6.4.1. Completar la frase diciendo: “. . . cualquier espacio vectorial V no trivial, esto es, un espacio con más de un elemento. En las dos siguientes subsecciones (6.4.1 y 6.4.2) se supondrá que estamos trabajando con espacios vectoriales no triviales”.

Pág. 309, línea 1 de la sección 6.4.5. Debe decir: “. . . de un espacio vectorial V no trivial posee. . .”

Pág. 325, línea -3. Debe decir: “. . . se la denomina *ecuación característica* de la matriz A ”.

Pág. 329, línea 2 del teorema 6.39. Donde dice “ \mathbb{R}^n ”, debe decir “ \mathbb{C}^n ”.

Pág. 337, líneas 4-5. Debe decir: “ $W_{16} = \{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = a + b \operatorname{sen} x \ (\forall x \in \mathbb{R}), \ a, b \in \mathbb{R}\}$; $W_{17} = \{f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = 3 + a \ln x \ (\forall x \in \mathbb{R}), \ a \in \mathbb{R}\}$ ”.

Pág. 338, línea 12. Debe decir: “. . . demuestre que $u + v$, $u - v$ y $u - 2v + w$ también lo son”.

Capítulo 7

Pág. 349, teorema 7.2. En la primera ecuación del sistema (7.4) debe eliminarse “ $= 0$ ”.

Pág. 351, línea -3. Debe decir: “. . . $(S \circ y)'(t) = S'(y(t))y'(t) = \dots$ ”

Pág. 354, ejercicio. A la ecuación (7.15) se le debe añadir una coma y que $t > 0$.

Pág. 358, línea -5. Donde dice “ $\alpha = 0$ ” debe decir “ $\alpha = 1$ ” (y viceversa).

Pág. 378, tres líneas antes de la figura 7.4. Debe decir: “ $y_2 - f(t_1) = f'(t_1)(t_2 - t_1)$. Pero. . .”

Pág. 388, ejercicio 16. Al final debe decir: “(b) $E(t) = E_0 \operatorname{sen} \omega t$ e $I(0) = I_0$ ”.

Capítulo 8

Pág. 399, líneas 2 y 3 del ejemplo 8.7. Donde dice “ $t \in [0, 2]$ ”, debe decir “ $t \in [-2, 2]$ ”.

Pág. 400, pie de la figura 8.5. Donde dice “ $t \in [0, 2]$ ”, debe decir “ $t \in [-2, 2]$ ”.

Pág. 403, línea 4. Añadir al final de la frase: “(si exceptuamos las parametrizaciones que recorren una curva más de una vez, como pasaba con las parametrizaciones r_3 y r_5 de la circunferencia)”.

Pág. 404, ejercicio 3. En vez de “ $x \in [-3, 3]$ ”, debe decir “ $x \in [0, 9]$ ”.

Pág. 408, línea 8. La fórmula debe aparecer sin subíndices: $\cos \alpha = \frac{r'(0) \cdot r'(1)}{\|r'(0)\| \|r'(1)\|}$.

Pág. 408, pie de la figura 8.9. Debe decir: “Representación de la diferencia de dos vectores tangentes a una curva (unitarios y relativamente próximos)”.

Pág. 412, última línea del párrafo que sigue al ejercicio. Al final de la frase debe suprimirse la siguiente expresión: “indextrayectoria!de un móvil”.

Pág. 414, línea 2 del ejercicio 4. Debe decir: “. . . proporcional al vector tangente $r'(t)$ ”.

Pág. 424, línea 2. Debe decir: “. . . del punto (u_0, v_0) con el dominio A ; (b). . .”

Pág. 426, línea 6 del ejemplo 8.26. Debe decir: “. . . cualquier punto $(\theta, z) \in [0, 2\pi] \times \mathbb{R}$ ”.

Pág. 428, antepenúltimo párrafo. Debe comenzar así: “Equivalentemente, una superficie que no se corta a sí misma es orientable cuando. . .”

Pág. 428, línea 3 del penúltimo párrafo. Debe decir: “. . . en las superficies orientables que no se cortan a sí mismas podemos distinguir. . .”

Pág. 428, líneas -2 y -1. Debe decir: “De hecho, es poco probable encontrar en la práctica superficies no orientables”.

Pág. 436, líneas 2-3 del antepenúltimo párrafo. Debe decir: “. . . son ortogonales a las curvas o superficies de nivel de f , es decir, los conjuntos de nivel de una función y. . .”

Pág. 438, apartado (b) del ejercicio 5. Para facilitar los cálculos, es mejor escribir “ $4t + 2$ ” en vez de “ $4t + 3$ ” en la definición de $r(t)$.

Pág. 439, ejercicio 11. Debe comenzar así: “Obtenga una parametrización r del segmento que parte. . .”

Capítulo 9

Pág. 469, línea 1 de la sección 9.5.1. Debe decir: “. . . conjunto A conexo y abierto. . .”

Pág. 475, línea 5 del segundo párrafo. Donde dice “teorema 9.14”, debe decir “teorema 9.11”.

Pág. 484, línea 2 del segundo párrafo del ejemplo 9.19. Debe decir: “. . . función $s: D \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por. . .”

Pág. 485, línea 2 del ejemplo 9.20. Debe decir “ $\text{Dom } F = \dots$ ” en vez de “ $\text{Dom } f = \dots$ ”

Págs. 487-488, ejercicio 5. Habría sido mejor representar los campos escalares de este ejercicio con letras minúsculas.