

# Resúmenes del PRIMER ENCUENTRO DE GRUPOS DE INVESTIGACIÓN DE ÁLGEBRA DE ANDALUCÍA

José Escoriza López

Luis Oyonarte Alcalá

Justo Peralta López

Dpto. Álgebra y Análisis Matemático.

Universidad de Almería.

20 de Octubre de 2002



## Anillos graduados semiprimos

Constantin Năstăsescu  
 Facultad de Matemáticas  
 Universidad de Bucarest

Denotaremos por  $R = S * G$  un producto cruzado donde  $S$  es un anillo con uno y  $G$  es un grupo finito. Usando la noción de anillos graduados un producto cruzado puede considerarse como un anillo  $G$ -graduado  $R = \bigoplus_{\sigma \in G} R_{\sigma}$  donde  $R_1 = S$  y cualquier  $\sigma \in G$ ,  $R_{\sigma}$  contiene una unidad homogénea. En particular, cada anillo de grupo y más general cada anillo de grupo torcido es un producto cruzado.

El problema de cuando un producto cruzado  $R = S * G$  es semiprimo (suponiendo que  $S$  es semiprimo, porque el recíproco se verifica siempre) es clásico. En 1978 Fisher y Montgomery resolvieron el problema para anillos de grupo torcidos, concretamente si  $S$  es semiprimo y no tiene  $|G|$ -torsión, entonces el anillo de grupo torcido es semiprimo. Posteriormente, Lorenz y Passman en dos artículos extendieron el resultado a productos cruzados arbitrarios. Además dieron un resultado sobre el radical primo de  $R$  para el caso que  $S$  no sea  $|G|$ -libre de torsión. En el artículo "Anillos graduados semiprimos" escrito conjuntamente con B. Torrecillas obtenemos por métodos diferentes (en particular usando la Teoría de Clifford graduada) el mismo resultado para anillos  $G$ -graduados  $R = \bigoplus_{\sigma \in G} R_{\sigma}$  con soporte finito (i.e.  $|supp(R) = \{\sigma \in G | R_{\sigma} \neq 0\}| < \infty$ ).

## Cálculos efectivos y combinatoria en $D$ -módulos

Francisco Castro Jiménez  
 Departamento de Álgebra  
 Universidad de Sevilla  
 e-mail:castro@us.es

A un sistema de ecuaciones en derivadas parciales, lineales, homogéneo con coeficientes polinomiales podemos asociar un módulo, finitamente generado, sobre el álgebra de Weyl  $A_n$ . Muchas cuestiones sobre el sistema pueden resolverse aplicando álgebra lineal sobre el anillo  $A_n$ .

El álgebra lineal sobre  $A_n$  contiene al álgebra lineal sobre el anillo de los polinomios en  $n$  variables, así es natural que los algoritmos y herramientas que existen para manipular sistemas de ecuaciones polinomiales tengan una extensión natural al caso en que el sistema de ecuaciones tenga coeficientes en  $A_n$ .

En particular la teoría de las bases de Gröbner y el algoritmo de Buchberger se extienden al caso del anillo  $A_n$ .

Mostraremos cómo se resuelven de forma efectiva algunos problemas relativos a  $A_n$ -módulos usando herramientas del -lgebra Computacional. Estas herramientas y otras de tipo combinatorio pueden aplicarse conjuntamente para tratar familias

específicas de tales  $A_n$ -módulos. Estas técnicas han sido aplicadas con éxito a la hora de 'comprobar' conjeturas existentes y sugerir otras nuevas.

Si olvidamos el carácter estrictamente efectivo de los algoritmos anteriores, éstos pueden extenderse a anillos de operadores diferenciales con coeficientes funciones racionales, series convergentes e incluso series formales en varias variables. Más aún, teniendo en cuenta el carácter formal de los métodos anteriores probaremos que éstos pueden aplicarse a una clase más grande de anillos que contiene estrictamente la de los anillos de operadores diferenciales lineales.

### FQM-264, aspectos asociativos y casi asociativos

Mercedes Siles Molina  
Facultad de Matemáticas  
Universidad de Málaga

El objetivo de esta charla es dar a conocer una parte del trabajo de nuestro grupo de investigación (FQM 264), concretamente la relativa al estudio de los anillos y pares de cocientes. En nuestros trabajos estudiamos los órdenes Fountain-Gould en anillos asociativos y alternativos, y en pares asociativos. En los contextos de pares asociativos y anillos alternativos, introducimos y desarrollamos las nociones de par/anillo general de cocientes de un par/anillo no degenerado, y de orden Fountain Gould bilátero/por la izquierda, y establecemos Teoremas tipo Goldie para órdenes/órdenes por la izquierda en pares/anillos no generados que coinciden con su zócalo. En el caso de anillos asociativos, completamos la teoría ya existente. En ambos casos introducimos como herramienta fundamental el uso de las álgebras locales en elementos.

### FQM-264, Aspectos no necesariamente asociativos

Antonio Fernández López  
Facultad de Matemáticas  
Universidad de Málaga

El hilo conductor de mi exposición será la noción de *zócalo* en anillos semiprimos y sus extensiones a los sistemas de Jordan (álgebras, triples y pares) no degenerados, y muy reciente a las álgebras de Lie 3-graduadas no degeneradas. Abordaremos entre otras las siguientes cuestiones:

- Caracterización local del zócalo en anillos y en sistemas de Jordan.
- Teoremas de estructura para sistemas de Jordan fuertemente primos con zócalo no nulo, en la línea del bien conocido para anillos primos con ideales por un lado minimales.

- Estructura de las álgebras de Lie 3-graduadas no degeneradas con zócalo esencial.

Comentaremos también el decisivo papel jugado por el concepto de zócalo en las recientes extensiones de los teoremas de Goldie a anillos y álgebras de Jordan que no poseen necesariamente elemento unidad.

Asimismo mostraremos cómo la caracterización local del zócalo constituye una poderosa herramienta para tratar cuestiones del dominio de las álgebras de Banach y de los sistemas de Jordan-Banach, como en la solución al problema de la coincidencia del zócalo con el más grande ideal von Neumann regular o de espectro finito de un álgebra de Banach (o sistema de Jordan-Banach) semiprimitiva, y en la continuidad automática de las derivaciones de un par de Jordan-Banach semiprimitivo.

## Divisores libres y $\mathcal{D}$ -módulos

Francisco J. Calderón Moreno

La motivación para desarrollar una teoría de  $\mathcal{D}$ -módulos logarítmicos (sobre variedades lisas respecto de divisores arbitrarios) la encontramos en la propia teoría clásica de  $\mathcal{D}$ -módulos y en el trabajo original de Saito [1], así como en algunos resultados recientes provenientes de diferentes áreas: *Arreglos de hiperplanos*, *Teoremas de comparación y de anulación y complejos de De Rham logarítmicos*, *Teoría de Hodge*, *Topología de discriminantes*, *Polinomio de Bernstein-Sato y  $V$ -filtración de Malgrange-Kashiwara*.

En esta charla procuraré exponer algunas de las aportaciones recientes más relevantes en las que he participado para el desarrollo de esta teoría, comentando tanto los métodos que hemos desarrollado como los resultados en sí. Estas aportaciones, aparte de tener una continuación natural, también pueden tener aplicación en el estudio de otros divisores no necesariamente libres, siendo quizás el caso más evidente el de los divisores con singularidad asilada.

### Bibliografía

- [1] K. Saito. Theory of logarithmic differential forms and logarithmic vector fields. *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo*, 1980, 27:265–291.
- [2] F.J. Calderón-Moreno. Logarithmic Differential Operators and Logarithmic De Rham Complexes Relative to a Free Divisor. *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup.*, 4<sup>e</sup> série, 1999, vol. 32, p. 701-714.
- [3] F.J. Calderón-Moreno, F.J. Castro-Jiménez, D. Mond and L. Narváez-Macarro. Logarithmic Cohomology of the Complement of a Plane Curve. *Comentarii Mathematici Helvetici*, 2002, vol. 77, p. 34-48.
- [4] F.J. Calderón-Moreno and L. Narváez-Macarro. The module  $\mathcal{D}f^s$  for locally quasi-homogeneous free Divisor. *Compositio Mathematica*.
- [5] F.J. Castro-Jiménez, D. Mond, and L. Narváez-Macarro. Cohomology of the complement of a free divisor. *Transactions of the American Mathematical Society*, 1996, vol. 348, no. 8:3037-3049.

## Sobre sistemas triples de Lie split y localmente finitos

Antonio J. Calderón Martín  
 Departamento de Matemáticas  
 Universidad de Cádiz  
 e-mail: ajesus.calderon@uca.es

La teoría de estructura de las álgebras de Lie de dimensión finita es bien conocida, sin embargo, no se dispone de un análogo para el caso infinito-dimensional. Pretendemos mostrar ciertas clasificaciones para adecuadas clases de álgebras de Lie infinito-dimensionales, así como para la extensión ternaria de las mismas que son los sistemas triples de Lie, concretamente describiremos ciertos sistemas triples de Lie simples y de dimensión infinita que tienen descomposición de Cartan en un sentido análogo al caso clásico para las álgebras de Lie, que llamaremos split, y que tienen la propiedad de cada subconjunto finito suyo está contenido en un subtriple finito dimensional (local-finitud).

### Submódulos honestos

Josefa M. García	y	P. Jara, L. M. Merino
Departamento de Matemática Aplicada		Departamento de Álgebra
Universidad de Granada		Universidad de Granada
jgarciah@ugr.es		pjara@ugr.es, lmerino@ugr.es

Los operadores clausura en el retículo de los submódulos de un módulo han sido una herramienta esencial en el estudio de anillos y sus módulos. En este trabajo se estudia la construcción de algunos de estos operadores definidos a partir de conjuntos de ideales.

Uno de los operadores estudiados es el operador honesto, del que se dan sus propiedades y se aplica al estudio de dos ejemplos de especial interés: los anillos de Ore y los dominios de Dedekind.

### Coefficientes de formas modulares de Drinfeld

Bartolomé López  
 Departamento de Matemáticas  
 Universidad de Cádiz  
 e-mail: bartolome.lopez@uca.es

Se presentarán las formas modulares de Drinfeld (característica  $p$ ) estableciendo una comparación con las formas modulares clásicas (característica 0). En esta

presentación se considera un cuerpo  $C$  análogo en característica  $p$  al cuerpo de los complejos,  $\mathbb{C}$ , y se definen en él retículos de rango 1 y 2. Una forma modular de Drinfeld es una función en el espacio de retículos de rango 2. Estas funciones admiten desarrollos en serie con respecto a un parámetro que es una función “exponencial” similar a la función compleja  $e^{2\pi iz}$ . Indicaremos algunas conclusiones sobre los coeficientes del desarrollo de formas modulares distinguidas como la función discriminante y las series de Eisenstein de ciertos pesos.

## Modelos explícitos de haces perversos

Félix Gudiel y Luis Narváez

Departamento de Álgebra

Universidad de Sevilla

e-mail: gudiel@algebra.us.es narvaez@algebra.us.es

Los *haces perversos* son objetos de naturaleza topológica que yacen sobre variedades, generalizan a los sistemas locales y son equivalentes a los sistemas de ecuaciones lineales en derivadas parciales holónomos regulares mediante la equivalencia de Riemann-Hilbert (Mebkhout, Kashiwara).

En un trabajo fundamental de Beilinson-Bernstein-Deligne (1983), se introduce la noción de *t-estructura* sobre una categoría triangulada, y se muestra cómo los haces perversos antes aludidos son los objetos del *corazón* de una *t-estructura*, sobre la categoría derivada analíticamente constructible, obtenida mediante *pegamiento*. Este resultado permite trasvasar el concepto de haz perverso al campo de la Geometría Algebraica en característica positiva, y más generalmente, un tratamiento puramente topológico.

En este trabajo se aborda el problema de la descripción explícita de los haces perversos desde una óptica general y conceptual, probándose que son equivalentes a unas categorías abelianas que se expresan en función de haces usuales. En particular, la categoría de los haces perversos se realiza como una categoría abeliana no plena de la categoría de complejos acotados de haces, y como una categoría abeliana plena de los complejos de haces módulo homotopía.

<http://xxx.unizar.es/abs/math.AG/0207023>

## Propiedades locales-globales en Dominios de Prüfer

M. Fontana, P. Jara, E. Santos  
 Dipartimento di Matematica  
 Univ. Roma tre  
 fontana@mat.uniroma3.it  
 Departamento de Álgebra  
 Univ.de Granada  
 pjara@ugr.es, esantos@ugr.es

Las operaciones semiestrella, que fueron introducidas en 1994 por Okabe y Matsuda, extienden el concepto clásico de operación estrella y nos permiten trabajar sobre dominios no necesariamente integramente cerrados; de esta forma los dominios clásicos, como los dominios de Prüfer, tienen una noción correspondiente que es, en muchos casos, más rica que el original. Este es el caso de los P\*MD para los que ya han sido establecidas caracterizaciones usando los anillos de funciones de Kronecker y de Nagata ambos relativos a la operación semiestrella  $*$ . Ahora obtenemos un resultado que pone de manifiesto el carácter local de la propiedad de ser P\*MD. En este contexto abordamos el comportamiento local-global de algunas propiedades relativas a operaciones semiestrella; para ello usaremos la restricción a la localización en un primo del dominio y una construcción que permite pegar operaciones semiestrella definidas sobre una familia de localizados.

### Valoraciones monomiales de $K((X_1, \dots, X_n))$

Francisco Javier Herrera Govantes  
 Departamento de Álgebra  
 Universidad de Sevilla  
 e-mail: fherrera@algebra.us.es Miguel -ngel Olalla Acosta  
 Departamento de Álgebra  
 Universidad de Sevilla  
 e-mail: olalla@algebra.us.es José Luis Vicente Córdoba  
 Departamento de Álgebra  
 Universidad de Sevilla  
 e-mail: jlvc@algebra.us.es

Sea  $v$  una valoración discreta de rango  $m$  del cuerpo de fracciones  $K$  del anillo de series de potencias  $R = k[[X_1, \dots, X_n]]$ , centrada en  $R$ . Sea  $r$  la dimensión de  $v$  (i.e. el grado de trascendencia de su cuerpo residual sobre  $k$ ). Sabemos que  $r$  es mayor o igual que 1 y, por un resultado de Abhyankar (1956), que

$$\text{rango}(v) + \text{dim}(v) \leq \text{dim}(R),$$

es decir,

$$m + r \leq n.$$

En 1985, Briaies y Herrera demuestran que, dada una tal valoración  $v$  de rango 1 sobre  $K = k((X_1, X_2))$ , existe una extensión  $L = k((Y_1, Y_2))$  de  $K$  tal que la valoración extendida de  $v$  es monomial de rango 1 (i.e. la función de orden usual sobre  $L$ ). Esto cierra el estudio para el caso  $n = 2$  por el citado resultado de Abhyankar.

El propósito de nuestro trabajo es probar que, en el caso general, existe una extensión de  $K$  a un cuerpo  $L = k((Y_1, \dots, Y_n))$  donde la valoración extendida es monomial si y sólo si la dimensión de  $v$  es máxima, es decir,  $n - m$ .

## Anillos Simples Puramente Infinitos

María de los Ángeles González Barroso

Departamento de Matemáticas

Universidad de Cádiz

e-mail: mariangeles.gonzalezbarroso@alum.uca.es

Realizamos un estudio sobre los anillos simples puramente infinitos, dando su definición para el caso no unital y algunas propiedades, como la Dicotomía de Zhang. También se tendrá en cuenta la construcción de anillo de semigrupo torcido, dada por Ara y Goodearl, e inspirada en el producto cruzado de  $C^*$ -álgebras definido por Paschke. Se analizarán las hipótesis necesarias para que dicha construcción sea un anillo simple puramente infinito.

Los anillos simples puramente infinitos aparecieron por primera vez en el año 1940 en un trabajo sobre la clasificación de las álgebras de von Neuman. Sin embargo el concepto en el sentido que nosotros lo usamos fue introducido inicialmente por Cuntz en 1977 en el contexto de las  $C^*$ -álgebras. Entre los posteriores trabajos destaca el de Zhang que en 1992 probó el siguiente resultado: "Si  $A$  es una  $C^*$ -álgebra sigma-unital, simple puramente infinita, entonces  $A$  es unital o es estable". Este enunciado se conoce como Dicotomía de Zhang.

El caso puramente algebraico se enmarca dentro de algunos trabajos sobre álgebras con propiedades universales, como los de Leavitt, Cohn, Bergman o Tyukavkin. El primer trabajo formal sobre anillos simples puramente infinitos es obra de Ara, Goodearl y Pardo. Ellos establecen las bases algebraicas del concepto. En este artículo podemos encontrar la definición de simple puramente infinito para anillos unitales y el cálculo de la Teoría  $K$ .

## Construcción de Nuevos Ejemplos de Teorías de Torsión a través de Módulos Racionales

J. Cuadra Díaz  
Dept. de Algebra y Análisis Matemático  
Universidad de Almería  
E-04120 Almería

Sea  $C$  una coálgebra sobre un cuerpo  $k$  y sea  $C^*$  su álgebra dual. La clase de  $C^*$ -módulos a derecha racionales  $Rat(Mod-C^*)$  es una clase pretorsión hereditaria en la categoría  $Mod-C^*$ . Si  $C$  es  $\mathcal{F}$ -noetheriana a derecha (i.e. todo ideal de la topología lineal asociada  $\mathcal{F}_C$  es finitamente generado) entonces  $Rat(Mod-C^*)$  es una clase torsión. En esta charla presentaremos una condición suficiente para que el recíproco sea cierto y construiremos nuevos ejemplos de coálgebras  $\mathcal{F}$ -noetherianas.

### Hochschild (co)homology of centrally $H$ -Galois extensions

Dragoș Ștefan  
Departamento de Álgebra  
Universidad de Granada  
e-mail: dstefan@ugr.es

Let  $A/B$  be an  $H$ -Galois extension over a field  $k$ . We call this extension centrally  $H$ -Galois if the coaction of  $H$  induces a coaction on the center  $Z$  of  $A$  in such a way that  $Z/Z \cap B$  is still an  $H$ -Galois extension.

Assuming that  $A/B$  is centrally  $H$ -Galois then one can see easily that  $H$  is commutative and that  $\mathbf{H}_*(A)$ , the Hochschild homology of  $A$ , has a canonical structure of a right  $H$ -comodule. To describe the coinvariants  $\mathbf{H}_*(A)^{co(H)}$  with respect to this coaction is a natural problem.

In our talk we shall show that there is a spectral sequence that connects  $\mathbf{H}_*(B)$  and  $\mathbf{H}_*(A)^{co(H)}$ . When  $H$  is  $k[G]^*$ , the dual of the group algebra of a finite group  $G$ , this spectral sequence degenerates, giving an isomorphism  $\mathbf{H}_*(A)^G \simeq \mathbf{H}_*(B)$ , result that have been proved by M. Lorenz.

We shall also show how a similar spectral sequence can be constructed in cohomology. Furthermore, supposing that either  $H$  is semisimple or  $B$  is separable, our method allows us to recover  $\mathbf{H}^*(A)$  from  $\mathbf{H}^*(B)$  by the following relation:

$$\mathbf{H}^*(A) \simeq \mathbf{H}^*(B) \otimes_{Z \cap B} Z.$$

This isomorphism also captures the algebra structures that we have on  $\mathbf{H}^*(A)$  and  $\mathbf{H}^*(B) \otimes_{Z \cap B} Z$ . In particular, for an arbitrary finite dimensional commutative Hopf algebra  $H$ , we obtain that  $\mathbf{H}^*(H)$  and  $\mathrm{Tor}_H^*(k) \otimes_k H$  are isomorphic algebras. For group algebras of finite commutative groups the result was conjectured by C. Cibils and proved, with a completely different method, by C. Ospel.

We would like to mention that the above results have been obtained as a joint work with S. Caenepeel and F. Van Oystaeyen.

## Monoides de intervalos de monoides de refinamiento

Francisco Ortus  
 Departamento de Matemáticas  
 Universidad de Cádiz  
 e-mail: francisco.ortus@uca.es

Realizamos el estudio de la separatividad del álgebra de multiplicadores de  $C^*$ -álgebras de rango real cero y de anillos regulares de von Neumann mediante el uso de monoides. Buscamos dar una respuesta a la Conjetura de Separatividad: "Todo anillo de intercambio (en particular un anillo regular de von Neumann o una  $C^*$ -álgebra de rango real cero) es separativo".

Goodearl y Perera estudian el  $K_0$  y el  $V$  del álgebra de multiplicadores respectivamente. Perera demuestra que si  $A$  es una  $C^*$ -álgebra con rango real cero, o un anillo regular de von Neumann, con  $\sigma$ -unidad, el retículo de ideales de orden del monoide  $V(\mathcal{M}(A))$  es isomorfo al retículo de ideales cerrados del álgebra de multiplicadores de  $A$ . Seguidamente, utilizando el lenguaje de monoides, y con  $V(A)$  estrictamente no perforado, demuestra que existe un isomorfismo entre  $V(\mathcal{M}(A))$  y el monoide formado por la unión disjunta de  $V(A)$  y el monoide de funciones afines, que define en sus trabajos. Ésto implica que el álgebra de multiplicadores es separativa.

Se puede demostrar que el isomorfismo dado por Perera no se cumple al eliminar la hipótesis estrictamente no perforado del monoide  $V(A)$ . Sabiendo ésto y teniendo en cuenta los recientes trabajos de Elliott, Rørdam y Villadsen y las construcciones de Pardo y Wehrung de grupos simples Riesz no separativos, se tiene un posible camino para encontrar un contraejemplo a la Conjetura de Separatividad.

## Derivaciones de Hasse-Schmidt y cuerpos de coeficientes en características positivas

Magdalena Fernández Lebrón  
 Departamento de Álgebra  
 Universidad de Sevilla  
 e-mail: lebron@us.es

Sea  $k \rightarrow A$  un homomorfismo de anillos. Las derivaciones de Hasse-Schmidt de  $A$  sobre  $k$  generalizan las derivaciones usuales pero no tienen estructura de  $A$ -módulo.

Sin embargo tienen una estructura de grupo no abeliano que levanta la suma de las derivaciones usuales.

En este trabajo mostramos como expresar cualquier derivación de Hasse-Schmidt en función de un número finito de ellas bajo unas condiciones muy razonables. En nuestro resultado principal, encontramos una manera natural de obtener combinaciones no lineales de derivaciones de Hasse-Schmidt que de alguna manera extiende y juega el papel de la estructura de  $A$ -módulo de las derivaciones.

Como aplicación, obtenemos cuerpos de coeficientes de la completación de un anillo local regular de característica positiva mediante una generalización de un resultado de Nomura al caso de derivaciones de Hasse-Schmidt.

## Dominios de Mori

Javier López Peña  
Departamento de Álgebra  
Universidad de Granada  
javierl@fedro.ugr.es

Dado un dominio de integridad  $D$ , se considera sobre el conjunto de los ideales fraccionarios de  $D$  la  $\star$ -operación dada por  $I_v := (D : (D : I))$ . Se llaman  $v$ -ideales (o ideales divisoriales) a los ideales fraccionarios  $I$  tales que  $I = I_v$ . Se dice que  $D$  es un dominio de Mori si verifica la condición de cadena ascendente para  $v$ -ideales enteros. Los dominios de Mori son, por tanto, una generalización de los anillos noetherianos. Desde el punto de vista de las  $\star$ -operaciones, los dominios noetherianos presentan la condición de cadena inducida por la identidad (la más pequeña de las  $\star$ -operaciones), mientras que los dominios de Mori poseen la más débil de las condiciones de cadena (ya que la operación  $v$  es la mayor de las  $v$ -operaciones). El estudio de los dominios de Mori es interesante porque engloba tanto a los dominios noetherianos como a los dominios de Krull, no siendo estos últimos más que dominios de Mori completamente integralmente cerrados. La similitud con estas familias de dominios clásicos hace pensar que muchos de los resultados que se verifican para éstos pueden extenderse a dominios de Mori, sin embargo en la mayoría de los casos se requieren condiciones adicionales para obtener resultados satisfactorios. Ejemplos de esto son el teorema de la base de Hilbert, el teorema del ideal principal (por lo general falsos en dominios de Mori), y el “*lying over*” que en dominios de Mori se verifica hasta altura 2.

## Cálculos diferenciales de primer orden

Pascual Jara	y	David Llena
Departamento de Álgebra.		Departamento de Geometría
Universidad de Granada		Universidad de Almería
pjara@ugr.es		dllena@ual.es

El paso de la geometría diferencial clásica a la geometría diferencial no conmutativa hecha por A. Connes, se basa en el estudio de las formas diferenciales y en su construcción a partir de álgebras no necesariamente conmutativas.

Desde esta óptica, viendo los campos de vectores, como duales de las 1-formas diferenciales, surge el problema de una correcta definición en los que tenga efecto la regla de Leibniz (el problema se debe a la no conmutatividad del álgebra).

Una primera solución para esta definición consiste en dualizar el espacio de 1-formas diferenciales, como espacios vectoriales, y así aprovechar la conmutatividad del cuerpo base. Se obtienen de esta forma "vectores tangentes". A partir de los vectores tangentes se construyen los "campos invariantes"; para lo cual, es necesario trabajar en un álgebra de Hopf,  $\mathcal{H}$ . Este es el camino seguido por Aschieri y Schupp basado en el trabajo de Woronowicz. La regla que generaliza a la de Leibniz es la siguiente:

$$X(ab) = X(a)b + a^i \sum_j (f_{ij} * a) t_j(b),$$

en donde los  $f_{ij}$  son ciertos funcionales definidos sobre  $\mathcal{H}$ .

La aproximación dada aquí a la definición de campos vectoriales se basa en dualizar las 1-formas diferenciales globalmente, en este caso sobre un álgebra base  $R$ , ó  $\mathcal{H}$ . Aparecen en este contexto los pares de Cartan tal y como fueron definidos por Borowiec. En este caso la regla de Leibniz es:

$$\rho(X)(ab) = \rho(X)(a)b + \rho(Xa)(b)$$

Una teoría más rica aparece en el caso de un álgebra de Hopf; es posible entonces definir campos invariantes. Finalmente destacar que si  $\mathcal{H}$  es el álgebra de Hopf de un grupo de Lie compacto, entonces nuestra definición coincide con la dada por Aschieri y Schupp.

## Invariabilidad de Morita y anillos maximales de cocientes por la izquierda

Gonzalo Aranda Pino

Probaremos que bajo ciertas condiciones el anillo maximal de cocientes por la izquierda de un anillo "corner", es el "corner" del maximal por la izquierda del anillo. Mostraremos que si  $R$  y  $S$  son dos anillos Morita equivalentes no unitarios,

entonces sus maximales de cocientes por la izquierda no son necesariamente Morita equivalentes, en contra de lo que ocurre en el caso unitario. Sin embargo, para dos anillos idempotentes Morita equivalentes, los ideales que generan dentro de sus propios maximales por la izquierda, sí son Morita equivalentes. Algunos de estos resultados pueden generalizarse a los anillos simétricos de Martindale y los anillos maximales simétricos.

## Invariantes bajo toros de anillos de operadores diferenciales

Sonia L. Rueda

Departamento de Álgebra y Análisis Matemático

Universidad de Almería

e-mail: srueda@ual.es

Sea  $k$  un cuerpo algebraicamente cerrado. Sea  $G$  el toro algebraico de dimensión  $l$  actuando sobre el anillo de operadores diferenciales  $\mathcal{A} = \mathcal{D}(X)$  con  $X = k^r \times (k^\times)^{s-r}$ ,  $r \leq s$ ,  $l < s$ . Sea  $\mathcal{A}^G$  el subanillo de invariantes de  $\mathcal{A}$  bajo la acción de  $G$ . Estudiamos acciones racionales del toro bajo las que  $\mathcal{A}^G$  tiene suficientes representaciones simples finito dimensionales, en el sentido de que la intersección de los núcleos de todas las representaciones simples finito dimensionales es cero. El caso general puede reducirse al caso de acciones del toro directamente relacionadas con un abanico finito de conos. Construiremos una familia de  $\mathcal{A}^G$ -módulos cuyos miembros son finito dimensionales si el abanico tiene las características apropiadas. Proporcionamos condiciones necesarias y suficientes, sobre los vectores peso de la acción, para que  $\mathcal{A}^G$  tenga suficientes representaciones simples finito dimensionales. En particular, demostramos que el subanillo fijo  $A_s^G$  de la  $s$ -ésima álgebra de Weyl  $A_s$  tiene suficientes representaciones simples finito dimensionales si y sólo si todos los vectores peso de la acción son distintos de cero. Como aplicación de nuestros resultados se obtienen ejemplos de álgebras FCR con cualquier  $\dim\text{-GK} \geq 3$ .