

**Documento de trabajo sobre la
integración de los estudios
españoles de matemáticas en el
espacio europeo de enseñanza
superior**

Octubre-2002

Documento de trabajo sobre la integración de los estudios españoles de matemáticas en el espacio europeo de enseñanza superior

Presentación

Este documento es fruto del consenso del grupo de matemáticas del proyecto piloto, auspiciado por la CRUE, para impulsar el proceso de Bolonia en las universidades españolas. Consideramos necesario someterlo a discusión entre la comunidad matemática española. Sumándonos a la declaración del grupo europeo “estamos convencidos de que cualquier clase de acción en las direcciones que aquí señalamos solamente será posible y fructífera cuando se haya alcanzado un amplio acuerdo. Por supuesto, todos los matemáticos pertenecientes al grupo recibirán gustosos cualquier comentario sobre este documento”.

Antecedentes

En mayo de 2001 la Comisión Europea puso en marcha un programa piloto *Tuning educational structures in Europe* para facilitar e impulsar la construcción del espacio europeo de enseñanza superior previsto en los acuerdos de Bolonia y Praga.

En dicho programa se seleccionaron cinco titulaciones y para cada una se constituyó una red con universidades de los distintos países de la UE. El proyecto finalizó el 31 de mayo de 2002. Entre sus objetivos estaban:

- El diseño de los contenidos básicos de cada titulación (*core curriculum*) y su perfil profesional.
- El incremento de la transparencia, mediante las herramientas del proceso de Bolonia y la presentación de ejemplos de “buena práctica”
- El análisis y la asignación de créditos europeos (ECTS) a las distintas materias.
- El desarrollo de métodos para el análisis de los elementos comunes y de los diferenciadores en los currícula de las titulaciones del proyecto.

Las titulaciones seleccionadas y las universidades españolas que se incorporaron a cada una de ellas fueron:

Administración de Empresas (Universidad de Salamanca)

Geología (Universidad de Barcelona)

Historia (Universidad de Valencia)

Matemáticas (Universidad Autónoma de Madrid, Universidad de Cantabria)

Ciencias de la Educación (Universidad de Deusto)

En el anexo 1 se encuentran las conclusiones de la red de matemáticas

La Conferencia de Rectores de Universidades Españolas (CRUE) a través de su sectorial académica (CASUE) decidió, en su reunión de Barcelona de octubre de 2001, utilizar esta experiencia para desarrollar proyectos piloto para la implantación del Suplemento Europeo al Título, una de las herramientas fundamentales del proceso de Bolonia. Se decidió partir de las cinco titulaciones del programa *Tuning educational*

structures in Europe más las tres siguientes por haber desarrollado experiencias piloto previas:

Química (Universidad Complutense, área de sinergia del *Tuning*)

Turismo (Universidad de Barcelona)

Lingüística (Universidad de Cádiz)

En estas ocho titulaciones se decidió incorporar a todas las universidades españolas que quisiesen participar en el proyecto, formando 8 redes coordinadas por las universidades ya mencionadas.

El Consejo de Universidades (actual Consejo de Coordinación Universitaria), representado en la reunión por Dña Teresa Díez Iturrioz, mostró su disposición a colaborar en el desarrollo del proyecto en aquellos aspectos de la competencia del Consejo.

El trabajo se desarrolló mediante reuniones internas de cada grupo por disciplina y reuniones interdisciplinares de coordinación.

Universidades participantes en el grupo de matemáticas

Universidad Autónoma de Barcelona

Universidad de Santiago de Compostela

Universidad de Sevilla

Universidad de Cantabria (co-coordinadora)

Universidad Autónoma de Madrid (co-coordinadora)

Colaboradores del grupo de matemáticas

Frederic Utzet	<utzet@mat.uab.es>,
Anna Cima	<cima@mat.uab.es>,
Pedro Faraldo	<faraldo@usc.es>,
Juan M. Viaño	<maviano@usc.es>,
Celso Rodríguez	<celso@usc.es>,
Rosa Echevarría	<decmat@us.es>,
Emilio Carrizosa	<ecarrizosa@us.es>,
José Manuel Bayod	<bayodjm@unican.es>,
Laureano González Vega	<gvega@matesco.unican.es>,
Adolfo Quiros	<adolfo.quiros@uam.es>
Carmen Ruiz-Rivas	<carmen.ruiz-rivas@uam.es>,
Mónica de Mier	Becaria de colaboración

Objetivos del grupo de matemáticas

- Analizar y completar los campos del Suplemento Europeo al Título actual de licenciado en matemáticas en las 5 universidades en versiones en español e inglés. (Propuesta final en el anexo 2)
- Realizar un estudio sobre la valoración y métodos de asignación de créditos europeos a las distintas materias del curriculum de matemáticas actual. (Informe en el anexo 3)
- Diseñar una propuesta para debate sobre la estructura grado/postgrado/doctorado y sus objetivos en el caso de los estudios de matemáticas. (Esquema en el anexo 4)

- A la luz de las conclusiones del proyecto europeo *Tuning educational structures in Europe*, profundizar en los contenidos básicos del grado de licenciado en matemáticas describiendo, por materias, los objetivos de aprendizaje, los contenidos mínimos y las habilidades o destrezas a exigir.
(Propuesta en el anexo 5)

Anexos

- Documento final del grupo de matemáticas del proyecto europeo *Tuning educational structures in Europe*.
- Documento completo de la propuesta para el Suplemento Europeo al Título actual de matemáticas con ejemplos de las 5 universidades.
- Informe y datos obtenidos respecto a la valoración de créditos europeos (ECTS).
- Esquema general de estructura de los estudios.
- Propuesta de contenidos básicos por materias y destrezas a adquirir para la obtención del grado de licenciado en matemáticas: formación generalista + tres perfiles profesionales.
- Ejemplos de posibles postgrados (másters).

Anexo 1

Documento final del grupo de matemáticas del proyecto europeo *Tuning educational structures in Europe*

(versiones en inglés y castellano)

Towards a common framework for Mathematics degrees in Europe

THE MATHEMATICS TUNING GROUP¹

In the wake of the *Bologna Declaration* [B], signed in 1999 by Ministers responsible for Higher Education from 29 European countries, and its follow up, the *Prague Communiqué* [P], a group of universities established the project “Tuning educational structures in Europe” [T1, T2]. It was co-ordinated by the Universities of Deusto and Groningen and benefited from the financial support of the European Union. As its name suggests, the main objective of the project was to study how to “tune” (*not* to make uniform) educational structures in Europe, and thereby aid the development of the European Higher Education Area. This in turn should help mobility and improve the employability of European graduates.

Mathematics was one of the areas included in Tuning, and this paper reflects the unanimous consensus of the mathematics group of the project. But since the group does not pretend to have any representative role, we think it is necessary to make this document available for comment to the wider community of European mathematicians. We believe that any kind of action along the lines we sketch will only be possible and fruitful when a broad agreement has been reached. Indeed any mathematician member of the group welcomes comments on the document. E-mail addresses appear at the end.

The Mathematics Tuning Group is happy to express its thanks to the co-ordinators of the Tuning Project, Julia González (Universidad de Deusto) and Robert Wagenaar (Rijksuniversiteit Groningen), as well as to the European Commission, for creating the conditions for fruitful and pleasant interactions between its members.

Summary

- This paper refers only to universities (including technical universities), and none of our proposals apply to other types of institutions.
- The aim of a “common framework for mathematics degrees in Europe” is to facilitate an automatic recognition of degrees in order to help mobility.
- The idea of a common framework must be combined with an accreditation system.
- The two components of a common framework are similar (although not necessarily identical) structures and a basic common core curriculum (allowing for some degree of local flexibility) for the first two or three years.
- Beyond the basic common core curriculum, and certainly in the second cycle, programmes could diverge significantly. Since there are many areas in mathematics, and many of them are linked to other fields of knowledge, flexibility is of the utmost importance.
- Common ground for all programmes will include calculus in one and several real variables and linear algebra.

¹ Group members are listed at the end of the paper.

- We propose a broad list of further areas that graduates should be acquainted with in order to be easily recognised as mathematicians. It is not proposed that all programmes include individual modules covering each of these areas.
- We do not present a prescriptive list of topics to be covered, but we do mention the three skills we consider may be expected of any mathematics graduate:
 - the ability to conceive a proof,
 - the ability to model a situation mathematically,
 - the ability to solve problems using mathematical tools.
- The first cycle should normally allow time to learn some computing and to meet at least one major area of application of mathematics.
- We should aim for a wide variety of flavours in second cycle programmes in mathematics. Their unifying characteristic feature should be the requirement that all students carry out a significant amount of individual work. To do this, a minimum of 90 ECTS credits² seems necessary for the award of a Master's qualification.
- It might be acceptable that various non-identical systems coexist, but large deviations from the standard (in terms of core curriculum or cycle structure) need to be grounded in appropriate entry level requirements, or other program specific factors, which can be judged by external accreditation. Otherwise, such degrees risk not benefiting from the automatic European recognition provided by a common framework, even though they may constitute worthy higher education programmes.

1. A common framework: what it should and shouldn't be or do

1.1 The only possible aim in agreeing a "common European framework" should be to facilitate the automatic recognition of mathematics degrees in Europe in order to help mobility. By this we mean that when somebody with a degree in mathematics from country A goes to country B:

- He/she will be legally recognised as holding such a degree, and the Government of country B will not require further proof of competence.
- A potential employer in country B will be able to assume that he/she has the general knowledge expected from somebody with a mathematics degree.

Of course, neither of these guarantees employment: the mathematics graduate will still have to go through whatever procedures (competitive exams, interviews, analysis of his/her curriculum, value of the degree awarding institution in the eyes of the employer,...) are used in country B to obtain either private or public employment.

1.2 One important component of a common framework for mathematics degrees in Europe is that all programmes have similar, although not necessarily identical, structures. Another component is agreeing on a basic common core curriculum while allowing for some degree of local flexibility.

² ECTS stands for "European Credit Transfer System". ECTS credits measure the learning outcomes attained by students. The basic general assumption is that the learning outcomes that an average full time student is expected to attain in one academic year are worth 60 ECTS credits. Therefore, the workload required to get 60 ECTS credits should correspond to what an average full time student is expected to do in one academic year.

1.3 We should emphasise that by no means do we think that agreeing on any kind of common framework can be used as a tool for automatic transfer between Universities. These will always require consideration by case, since different programmes can bring students to adequate levels in different but coherent ways, but an inappropriate mixing of programmes may not.

1.4 In many European countries there exist higher education institutions that differ from universities both in the level they demand from students and in their general approach to teaching and learning. In fact, in order not to exclude a substantial number of students from higher education, it is essential that these differences be maintained. We want to make explicit that **this paper refers only to universities (including technical universities)**, and that any proposal of a common framework designed for universities would not necessarily apply to other types of institutions.

2. Towards a common core mathematics curriculum

2.1 General remarks

At first sight, mathematics seems to be well suited for the definition of a core curriculum, especially so in the first two or three years. Because of the very nature of mathematics, and its logical structure, there will be a common part in all mathematics programmes, consisting of the fundamental notions. On the other hand, there are many areas in mathematics, and many of them are linked to other fields of knowledge (computer science, physics, engineering, economics, etc.). Flexibility is of the utmost importance to keep this variety and the interrelations that enrich our science.

There could possibly be an agreement on a list of subjects that must absolutely be included (linear algebra, calculus/analysis) or that should be included (probability/statistics, some familiarity with the mathematical use of a computer) in any mathematics degree. In the case of some specialised courses, such as mathematical physics, there will certainly be variations between countries and even between universities within one country, without implying any difference of quality of the programmes.

Moreover, a large variety of mathematics programmes exist currently in Europe. Their entry requirements vary, as do their length and the demands on the student. It is extremely important that this variety be maintained, both for the efficiency of the education system and socially, to accommodate the possibilities of more potential students. To fix a single definition of contents, skills and level for the whole of European higher education would exclude many students from the system, and would, in general, be counterproductive.

In fact, the group is in complete agreement that programmes could diverge significantly beyond the basic common core curriculum (e.g. in the direction of "pure" mathematics, or probability - statistics applied to economy or finance, or mathematical physics, or the teaching of mathematics in secondary schools). The presentation and level of rigour, as well as accepting there is and must continue to be variation in emphasis and, to some extent, content, even within the first two or three years, will make all those programmes recognisable as valid mathematics programmes.

As for the second cycle, not only do we think that programmes could differ, but we are convinced that, to reflect the diversity of mathematics and its relations with other fields, all kinds of different second cycles in mathematics should be developed, using in particular the specific strengths of each institution.

2.2 The need for accreditation

The idea of a basic core curriculum must be combined with an accreditation system. If the aim is to recognise that a given program fulfils the requirement of the core curriculum, then one has to check on three aspects:

- a list of contents
- a list of skills
- the level of mastery of concepts

These cannot be reduced to a simple scale.

To give accreditation to a mathematics programme, an examination by a group of peer reviewers, mostly mathematicians, is considered essential. The key aspects to be evaluated should be:

- the programme as a whole
- the units in the programme (both the contents and the level)
- the entry requirements
- the learning outcomes (skills and level attained)
- a qualitative assessment by both graduates and employers

The group does not believe that a (heavy) system of European accreditation is needed, but that universities in their quest for recognition will act at the national level. For this recognition to acquire international standing, the presence on the review panel of mathematicians from other countries seems necessary.

3. Some principles for a common core curriculum for the first degree (Bachelor) in mathematics

We do not feel that fixing a detailed list of topics to be covered is necessary, or even convenient. However, we do think that it is possible to give some guidelines for the common content of a “European first degree in mathematics”, and more important, for the skills that all graduates should develop.

3.1 Contents

3.1.1 All mathematics graduates will have knowledge and understanding of, and the ability to use, mathematical methods and techniques appropriate to their programme. Common ground for all programmes will include

- calculus in one and several real variables
- linear algebra.

3.1.2 Mathematics graduates must have knowledge of the basic areas of mathematics, not only those that have historically driven mathematical activity, but also others of more modern origin. Therefore graduates should normally be acquainted with most, and preferably all, of the following:

- basic differential equations
- basic complex functions
- some probability
- some statistics
- some numerical methods
- basic geometry of curves and surfaces
- some algebraic structures
- some discrete mathematics

These need not be learned in individual modules covering each subject in depth from an abstract point of view. For example, one could learn about groups in a course on (abstract) group theory or in the framework of a course on cryptography. Geometric ideas, given their central role, could appear in a variety of courses.

3.1.3 Other methods and techniques will be developed according to the requirements and character of the programme, which will also largely determine the levels to which the developments are taken. In any case, all programmes should include a substantial number of courses with mathematical content.

3.1.4 In fact, broadly two kinds of mathematics curricula currently coexist in Europe, and both are useful. Let us call them, following [QAA]³, “theory based” and “practice based” programmes. The weight of each of the two kinds of programmes varies widely depending on the country, and it might be interesting to find out whether most European university programmes of mathematics are “theory based” or not.

Graduates from theory-based programmes will have knowledge and understanding of results from a range of major areas of mathematics. Examples of possible areas are algebra, analysis, geometry, number theory, differential equations, mechanics, probability theory and statistics, but there are many others. This knowledge and understanding will support the knowledge and understanding of mathematical methods and techniques, by providing a firmly developed mathematical context.

Graduates from practise-based programmes will also have knowledge of results from a range of areas of mathematics, but the knowledge will commonly be designed to support the understanding of models and how and when they can be applied. Besides those mentioned above, these areas include numerical analysis, control theory, operations research, discrete mathematics, game theory and many more. (These areas may of course also be studied in theory-based programmes.)

3.1.5 It is necessary that all graduates will have met at least one major area of application of mathematics in which it is used in a serious manner and this is considered essential for a proper appreciation of the subject. The nature of the application area and the manner in which

³ This document was considered extremely useful and met with unanimous agreement from the group. In fact we have quoted it almost verbatim at some points.

it is studied might vary depending on whether the programme is theory-based or practice-based. Possible areas of application include physics, astronomy, chemistry, biology, engineering, computer science, information and communication technology, economics, accountancy, actuarial science, finance and many others.

3.2 Skills

3.2.1 For a standard notion like integration in one variable, the same “content” could imply:

- computing simple integrals
- understanding the definition of the Riemann integral
- proving the existence and properties of the Riemann integral for classes of functions
- using integrals to model and solve problems of various sciences.

So, on one hand the contents must be clearly spelled out, and on the other various skills are developed by the study of the subject.

3.2.2 Students who graduate from programmes in mathematics have an extremely wide choice of career available to them. Employers greatly value the intellectual ability and rigour and the skills in reasoning that these students will have acquired, their firmly established numeracy, and the analytic approach to problem-solving that is their hallmark.

Therefore, the three key skills that we consider may be expected of any mathematics graduate are:

1. the ability to conceive a proof,
2. the ability to model a situation mathematically,
3. the ability to solve problems using mathematical tools.

It is clear that, nowadays, solving problems should include their numerical and computational resolution. This requires a sound knowledge of algorithms and programming and the use of available software.

3.2.3 Note also that skills and level are developed progressively through the practice of many subjects. We do not start a mathematics programme with one course called "how to make a proof" and one called "how to model a situation", with the idea that those skills will be acquired immediately. Instead, it is through practice in all courses that these develop.

3.3 Level

All graduates will have knowledge and understanding developed to higher levels in particular areas. The higher-level content of programmes will reflect the title of the programme. For example, graduates from programmes with titles involving statistics will have substantial knowledge and understanding of the essential theory of statistical inference and of many applications of statistics. Programmes with titles such as mathematics might range quite widely over several branches of the subject, but nevertheless graduates from such programmes will have treated some topics in depth.

4. The second degree (Master) in mathematics

We have already made explicit our belief that establishing any kind of common curriculum for second cycle studies would be a mistake. Because of the diversity of mathematics, the different programmes should be directed to a broad range of students, including in many cases those whose first degree is not in mathematics, but in more or less related fields (computer science, physics, engineering, economics, etc.). We should therefore aim for a wide variety of flavours in second cycle programmes.

Rather than the contents, we think that the common denominator of all second cycles should be the level of achievement expected from students. A unifying characteristic feature could be the requirement that all second cycle students carry out a significant amount of individual work. This could be reflected in the presentation of a substantial individual project.

We believe that, to be able to do real individual work in mathematics, the time required to obtain a Master's qualification should be the equivalent of at least 90 ECTS credits. Therefore, depending on the national structure of first and second cycles, a Master would typically vary between 90 and 120 ECTS credits.

5. A common framework and the Bologna agreement

5.1 How various countries implement the Bologna agreement will make a difference on core curricula. In particular, 3+2 may not be equivalent to 5, because, in a 3+2 years structure, the 3 years could lead to a professional diploma, meaning that less time is spent on fundamental notions, or to a supplementary 2 years, and in that case the whole spirit of the 3 years programme should be different.

5.2 Whether it will be better for mathematics studies to consist of a 180 ECTS Bachelor, followed by a 120 ECTS Master (a 3+2 structure in terms of academic years), or whether a 240+90 (4+1+project) structure is preferable, may depend on a number of circumstances. For example, a 3+2 break up will surely facilitate crossing between fields, where students pursue Masters in an area different from that in which they obtained their Bachelor degree.

One aspect that can not be ignored, at least in mathematics, is the training of secondary school teachers. If the pedagogical qualification must be obtained during the first cycle studies, these should probably last for 4 years. On the other hand, if secondary school teaching requires a Master (or some other kind of postgraduate qualification), a 3 years Bachelor may be adequate, with teacher training being one of the possible postgraduate options (at the Master's level or otherwise).

5.3 The group did not attempt to solve contradictions that could appear in the case of different implementations of the Bologna agreement (i.e. if three years and five years university programmes coexist; or different cycle structures are established: 3+1, 3+2, 4+1, 4+1+project, 4+2 have all been proposed). As we said before, it might be acceptable that various systems coexist, but we believe that large deviations from the standard (such as a 3+1 structure, or not following the principles stated in section 3) need to be grounded in appropriate entry level requirements, or other program specific factors, which can be judged by external accreditation. Otherwise, such degrees risk not benefiting from the automatic European

recognition provided by a common framework, even though they may constitute worthy higher education programmes.

6. References

- [B] http://www.bologna-berlin2003.de/pdf/bologna_declaration.pdf
- [P] http://www.bologna-berlin2003.de/pdf/Prague_communicuTheta.pdf
- [QAA] The Benchmark document on Mathematics, Statistics and Operational Research, from the UK Quality Assurance Agency for Higher Education, <http://www.qaa.ac.uk/crntwork/benchmark/phase2/mathematics.pdf>.
- [T1] The official sites of the project *Tuning educational structures in Europe*: <http://www.relint.deusto.es/TuningProject/index.htm>, <http://www.let.rug.nl/TuningProject/index.htm>
- [T2] Information on the project *Tuning educational structures in Europe* in the European Commission site: <http://europa.eu.int/comm/education/tuning.html>

MEMBERS OF “THE MATHEMATICS TUNING GROUP”

Stephen Adam, University of Westminster (Higher education expert)
José Manuel Bayod, Universidad de Cantabria (bayodjm@unican.es)
Martine Bellec, Université Paris IX Dauphine (martine.bellec@dauphine.fr)
Marc Diener, Université de Nice (diener@math.unice.fr)
Alan Hegarty, University of Limerick (Alan.Hegarty@ul.ie)
Poul Hjorth, Danmarks Tekniske Universitet (P.G.Hjorth@mat.dtu.dk)
Anne Mette Holt, Danmarks Tekniske Universitet (International relations expert)
Günter Kern, Technische Universität Graz (Kern@opt.math.tu-graz.ac.at)
Frans J. Keune, Katholieke Universiteit Nijmegen (keune@sci.kun.nl)
Luc Lemaire, Université Libre de Bruxelles (llemaire@ulb.ac.be)
Andrea Milani, Università degli Studi di Pisa (milani@dm.unipi.it)
Julian Padget, University of Bath (jap@maths.bath.ac.uk)
Maria do Rosário Pinto, Universidade de Porto (mspinto@fc.up.pt)
Adolfo Quirós, Universidad Autónoma de Madrid (adolfo.quirós@uam.es)
Wolfgang Sander, Technische Universität Braunschweig (w.sander@tu-bs.de)
Hans-Olav Tylli, University of Helsinki (hojtylli@cc.helsinki.fi)

Hacia un marco común para los títulos de Matemáticas en Europa

THE MATHEMATICS TUNING GROUP¹

Tras la firma de la *Declaración de Bolonia* [B] en 1999 por Ministros responsables de la Educación Superior de 29 países europeos, y de su continuación, el *Comunicado de Praga* [P], un grupo de universidades puso en marcha el proyecto “*Tuning educational structures in Europe*” [T1, T2]. Lo han coordinado las universidades de Deusto y Groningen y ha obtenido financiación de la Unión Europea. Como su nombre indica, el objetivo principal del proyecto fue estudiar la forma de “afinar” (como los distintos instrumentos de una orquesta, *no* uniformizar) las estructuras educativas europeas, y colaborar así en la construcción del Espacio Europeo de la Educación Superior. Esto debería a su vez contribuir a la movilidad y mejorar las posibilidades laborales de los titulados europeos.

Uno de los campos incluidos en el proyecto *Tuning* fue el de las matemáticas, y este documento refleja el consenso unánime del grupo de matemáticas del proyecto. Pero dado que el grupo no pretende tener ningún papel representativo, consideramos necesario someterlo a discusión entre la comunidad de matemáticos europeos. Estamos convencidos de que cualquier clase de acción en las direcciones que aquí señalamos solamente será posible y fructífera cuando se haya alcanzado un amplio acuerdo. Por supuesto, todos los matemáticos pertenecientes al grupo recibirán gustosos cualquier comentario sobre este documento. Sus direcciones electrónicas aparecen al final.

El Grupo *Tuning* de Matemáticas quiere mostrar su agradecimiento a los coordinadores del proyecto *Tuning*, Julia González (Universidad de Deusto) y Robert Wagenaar (Rijksuniversiteit Groningen), y a la Comisión Europea por crear las condiciones que permitieron una agradable y provechosa comunicación entre sus miembros.

Resumen

- Este documento se refiere únicamente a las universidades (incluyendo las politécnicas), y ninguna de nuestras propuestas se aplica a otros tipos de instituciones de educación superior.
- La finalidad de disponer de un “marco común para los títulos de matemáticas en Europa” es la de facilitar un reconocimiento automático, que contribuya a la movilidad.
- La idea de un marco común debe ir ligada a la de un sistema de acreditación.
- Las dos componentes de un marco común son unas estructuras similares (aunque no necesariamente idénticas) y una parte troncal, básica y común, en los contenidos de los dos o tres primeros años del plan de estudios (permitiendo cierto grado de flexibilidad local).
- Más allá de la parte básica y troncal del plan de estudios, y sin duda en todo el segundo ciclo, los planes podrían diverger de modo significativo. Puesto que hay muchas áreas en matemáticas, y están enlazadas con otros campos del conocimiento, la flexibilidad es de la máxima importancia.

¹ Ver relación de miembros del grupo al final del documento.

- La base común de todos los planes de estudios incluirá el cálculo en una y varias variables reales y el álgebra lineal.
- Proponemos una amplia lista de otras materias que nuestros graduados deberían conocer para ser inmediatamente reconocidos como matemáticos. No se propone que todos los planes incluyan asignaturas específicas que se dediquen a cada uno de estos temas.
- No presentamos una lista obligatoria de temas que haya que estudiar, pero sí que mencionamos tres destrezas que cualquier graduado en matemáticas debería poseer:
 - (a) la capacidad de idear demostraciones,
 - (b) la capacidad de modelizar matemáticamente una situación,
 - (c) la capacidad de resolver problemas con técnicas matemáticas.
- El primer ciclo normalmente debería incluir el aprendizaje de algo de computación y la adquisición del conocimiento de al menos uno de los más importantes campos de aplicación de las matemáticas.
- Se debería procurar que los segundos ciclos de matemáticas fueran de muy diversa índole. Su característica común debería ser que todos los estudiantes lleven a cabo una apreciable cantidad de trabajo individual. Para conseguir esto, parece necesario un mínimo de 90 créditos ECTS² para obtener un título de *Master*.
- Puede ser aceptable que coexistan titulaciones con diversos diseños, pero en el caso de que se den desviaciones significativas del estándar (en lo relativo a los contenidos mínimos o a la estructura cíclica), éstas han de estar fundamentadas en unos requisitos de ingreso adecuados o en otros factores específicos del plan que puedan ser juzgados en la acreditación externa. De otro modo, tales títulos corren el riesgo de no beneficiarse del reconocimiento automático europeo que dará el marco común, aunque puedan constituir títulos válidos de educación superior.

1. Un marco común: lo que significa y lo que no significa.

- El único objetivo posible de acordar un “marco común europeo” debería ser el de facilitar un reconocimiento automático de los títulos de matemáticas en Europa para contribuir a la movilidad. Esto significaría que cuando una persona con un título en matemáticas obtenido en un país A se traslada a un país B:
 1. Se le reconocerá oficialmente el título, y para ello las autoridades del país B no le exigirán ninguna otra prueba de su capacidad.
 2. Quienquiera que vaya a contratarle en el país B podrá suponer que el poseedor del título tiene los conocimientos generales que se esperan de alguien con un título en matemáticas.

Naturalmente, ninguna de estas facilidades garantizará la obtención de un empleo: el titulado en matemáticas tendrá que pasar por cualesquiera procedimientos (oposiciones, entrevistas, análisis de su currículum vitae, valoración por parte del empresario de la universidad en la que obtuvo el título,...) que se utilicen en el país B para obtener un empleo, ya sea público o privado.

² ECTS son las siglas de *European Credit Transfer System*. Los créditos ECTS se utilizan para medir el aprendizaje de los alumnos. Por definición, los resultados del aprendizaje que se espera que un alumno medio a tiempo completo pueda obtener en un año académico, valen 60 créditos ECTS. En consecuencia, la carga de trabajo que se precisa para obtener 60 créditos ECTS debería corresponder a lo que se espera que un estudiante medio a tiempo completo realice durante un año académico.

1.2 Una componente importante del marco común de los títulos europeos de matemáticas es que todos los planes tengan estructuras similares, aunque no necesariamente idénticas. Otra componente es un acuerdo sobre una parte troncal, básica y común del contenido del plan que permita cierto grado de flexibilidad local.

1.3 Queremos insistir en que de ningún modo pensamos que un acuerdo sobre un marco común pueda usarse como un instrumento para los traslados automáticos entre universidades. Los traslados deberán considerarse caso a caso, puesto que diferentes planes de estudios pueden llevar a los estudiantes hasta los mismos niveles de formas diferentes pero todas ellas coherentes, mientras que una mezcla inadecuada de varios planes puede no servir para el mismo fin.

1.4 En muchos países europeos existen instituciones de educación superior que difieren de las universidades tanto en el nivel que exigen a sus estudiantes como en su enfoque general de la enseñanza y el aprendizaje. Para no excluir de la enseñanza superior a un número importante de estudiantes, en la práctica es esencial mantener estas diferencias. Queremos declarar expresamente que **este documento se refiere solamente a las universidades (incluyendo las politécnicas)**, y que cualquier propuesta de un marco común diseñado para las universidades no sería automáticamente aplicable a instituciones de otro tipo.

2. Hacia una troncalidad común

2.1. Consideraciones generales

A primera vista, las matemáticas parecen idóneas para la definición de unos contenidos comunes, por ejemplo, para los dos o tres primeros años. Por la naturaleza misma de las matemáticas, y por su estructura lógica, habrá una parte común a todos los planes de estudios de matemáticas, que constará de las nociones fundamentales. Pero por otra parte, existen muchas áreas de las matemáticas, y muchas de ellas están relacionadas con otros campos del conocimiento (informática, física, ingeniería, economía, etc.). La flexibilidad es de la máxima importancia para preservar esta variedad y las interrelaciones que enriquecen nuestra ciencia.

Podría alcanzarse un acuerdo sobre una lista de materias que con toda seguridad deben estar incluidas (álgebra lineal, cálculo/análisis) o que debieran estar incluidas (probabilidad/estadística, cierta familiaridad con la utilización matemática de un ordenador) en cualquier título de matemáticas. En el caso de algunos temas especializados, como física matemática, sin duda habrá variaciones entre países e incluso entre universidades del mismo país, sin que deba deducirse ninguna diferencia de calidad entre los distintos planes de estudios.

Por otra parte, actualmente existen en Europa planes de estudios de matemáticas muy variados, con diferentes requisitos de acceso y con distintas duraciones de las enseñanzas y distintos niveles de exigencia sobre los estudiantes. Es enormemente importante que se mantenga esta variedad, tanto para la eficiencia del sistema educativo como desde el punto de vista social, con objeto de conseguir atender a las demandas del mayor número posible de alumnos potenciales. La fijación de una única definición de los contenidos, las destrezas y los niveles para la totalidad de la educación superior europea excluiría del sistema a muchos estudiantes y, en conjunto, resultaría contraproducente.

De hecho en el grupo hay un acuerdo total acerca de que los planes puedan diverger de modo significativo en lo que sea adicional a la parte troncal básica (por ejemplo en la dirección de la matemática “pura”; o de la probabilidad-estadística aplicada a la economía o a las finanzas; o de la física matemática; o de la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria). Lo que hará que esos planes sean reconocibles como planes válidos de matemáticas será su forma de presentación y su nivel de rigor, admitiendo que hay y debe seguir habiendo variantes en la importancia que se dé a cada tema y, hasta cierto punto, en el contenido, incluso dentro de los dos o tres primeros años.

En cuanto al segundo ciclo, no sólo pensamos que los distintos planes pueden diferir, sino que estamos convencidos de que, para reflejar la diversidad de las matemáticas y de sus relaciones con otros campos, se deberían desarrollar en las diferentes instituciones todo tipo de segundos ciclos diferentes en matemáticas, aprovechando en particular los aspectos en los que más destaque cada institución.

2.2 La necesidad de la acreditación

La idea de una troncalidad básica debe combinarse con un sistema de acreditación. Con el objetivo de reconocer que un programa dado cumple con los requisitos de la troncalidad, hay que comprobar tres aspectos:

- una lista de contenidos
- una lista de destrezas o competencias
- el nivel del dominio de los conceptos

No es posible reducir estos aspectos a una simple escala.

Para conceder la acreditación a un plan de matemáticas es imprescindible un análisis por parte de un grupo de evaluadores académicos, de los cuales la mayor parte serán matemáticos. Los aspectos clave a ser evaluados deberían ser:

- (a) el plan de estudios en su conjunto
- (b) las unidades o asignaturas (tanto en contenido como en nivel)
- (c) los requisitos de acceso al plan
- (d) los objetivos del aprendizaje (las destrezas y el nivel alcanzado)
- (e) una evaluación cualitativa tanto por los graduados como por quienes les contratan.

El grupo no cree que se necesite un (elaborado) sistema de acreditación europeo, sino que las universidades, buscando el reconocimiento, actuarán a nivel nacional. Para que este reconocimiento tenga valor internacional, parece necesario que entre los evaluadores se incluyan matemáticos de otros países.

3. Algunos principios para la troncalidad común del primer título (Bachelor) en matemáticas

No creemos que sea necesario, ni siquiera oportuno, fijar una lista detallada de los temas a cubrir. Sin embargo, creemos que es posible dar algunas directrices sobre el contenido común de un “primer título europeo en matemáticas”, y, lo que es más importante, sobre las destrezas que todos los titulados deberían poseer.

3.1 Contenido

3.1.1 Todos los titulados en matemáticas conocerán y entenderán, y serán capaces de usar, los métodos y las técnicas apropiados a su plan de estudios. La parte común de todos los planes incluirá

- cálculo en una y varias variables reales
- álgebra lineal.

3.1.2 Los titulados en matemáticas han de conocer las áreas básicas de las matemáticas, no solo las que históricamente han guiado la actividad matemática, sino también otras de origen más moderno. En consecuencia los titulados normalmente habrán de conocer la mayoría de las siguientes materias, y preferiblemente todas:

- ecuaciones diferenciales a nivel básico
- funciones de variable compleja a nivel básico
- algo de probabilidad
- algo de estadística
- algo de métodos numéricos
- geometría de curvas y superficies a nivel básico
- algunas estructuras algebraicas
- algo de matemáticas discretas.

No es necesario que estos temas se aprendan en asignaturas o módulos individuales que cubran en profundidad y desde un punto de vista abstracto cada materia. Por ejemplo, un estudiante podría aprender sobre los grupos en un curso de teoría de grupos (abstracta) o en el marco de un curso sobre criptografía. Las ideas geométricas podrían aparecer en varias asignaturas, dado su papel central.

3.1.3 De acuerdo con el carácter y las exigencias del plan de estudios, se desarrollarán otros métodos y otras técnicas, cuyos niveles serán definidos por el propio plan. En cualquier caso, todos los planes incluirán un número importante de asignaturas con contenido matemático.

3.1.4 En la práctica y hablando en términos algo imprecisos, hay dos tipos de estudios de matemáticas que coexisten actualmente en Europa, y ambos tipos de estudios son útiles. Podemos llamarlos, siguiendo [QAA]³, “basados en la teoría” y “basados en la práctica”. La incidencia de cada uno de estos dos tipos de enseñanzas varía ampliamente según el país, y podría ser interesante averiguar si la mayor parte de los estudios universitarios europeos de matemáticas son “basados en la teoría” o no.

Los graduados en planes de estudios basados en la teoría tendrán conocimiento y comprensión de los resultados de varios de los campos más importantes de las matemáticas. Ejemplos de tales campos son el álgebra, el análisis, la geometría, la teoría de números, las ecuaciones diferenciales, la mecánica, la teoría de la probabilidad y la estadística, pero hay otros muchos. Sobre este conocimiento y esta comprensión se apoyarán el conocimiento y la comprensión de los métodos y técnicas matemáticos, otorgándoles un contexto matemático bien fundamentado.

Los graduados en planes de estudios basados en la práctica también tendrán conocimiento de los resultados de varios campos matemáticos, pero este conocimiento normalmente estará

³ El grupo consideró enormemente útil este documento, y mostró un acuerdo unánime con su contenido. Incluso se han utilizado al pie de la letra algunas de sus frases.

diseñado para apoyar la comprensión de modelos y de cómo pueden aplicarse. Además de los mencionados más arriba, estos campos incluyen el análisis numérico, la teoría de control, la investigación operativa, las matemáticas discretas, la teoría de juegos y muchos otros. (Naturalmente estos campos también pueden estudiarse en las enseñanzas más teóricas.)

3.1.5 Es necesario que todos los titulados conozcan al menos una de las más importantes áreas de aplicación de las matemáticas, en la que el uso de las matemáticas sea esencial para entender verdaderamente la materia. La naturaleza y la forma en que se estudia esta área de aplicación puede variar en función de si el plan de estudios está basado en la teoría o en la práctica. Algunas de las posibles áreas de aplicación pueden ser la física, la astronomía, la química, la biología, la ingeniería, la computación, la tecnología de la información y las comunicaciones, la economía, la contabilidad, las ciencias actuariales, las finanzas y muchas otras.

3.2 Destrezas

3.2.1 Para un concepto como la integración en una variable, el mismo “contenido” podría significar:

- calcular integrales sencillas
- comprender la definición de la integral de Riemann
- conocer las demostraciones de la existencia y de las propiedades de la integral de Riemann para ciertas clases de funciones
- usar las integrales para modelizar y resolver problemas en diversas ciencias.

Concluimos que por una parte el contenido ha de ser detallado claramente, y que por otra mediante el estudio de una misma materia se desarrollan varias destrezas.

3.2.2 Los estudiantes que se gradúan en matemáticas disponen de una amplia variedad de posibilidades de empleo. Los empresarios valoran en alto grado la capacidad y el rigor intelectual, y las habilidades de razonamiento que estos estudiantes han adquirido, así como sus demostradas capacidades numéricas y el enfoque analítico a la solución de problemas que constituyen sus cualidades más distintivas.

Por tanto, las tres destrezas clave que consideramos que cualquier titulado en matemáticas debería adquirir son:

- (a) la capacidad para idear demostraciones
- (b) la capacidad para modelizar matemáticamente una situación
- (c) la capacidad para resolver problemas con técnicas matemáticas.

Hoy en día está claro que resolver un problema debe incluir su resolución numérica y computacional. Para esto se requiere un firme conocimiento de algoritmos y de programación, así como del uso del software actualmente existente.

3.2.3 Conviene resaltar también que estas destrezas y el nivel de las mismas se desarrollan de forma progresiva a través de la práctica de varias materias. No se empiezan los estudios de matemáticas con una asignatura llamada “cómo hacer una demostración” y con otra llamada “cómo modelizar una situación” con la idea de que estas destrezas se adquieran inmediatamente, sino que se desarrollan practicándolas en todas las asignaturas.

3.3 Nivel

Todos los graduados habrán desarrollado el conocimiento y la comprensión a un alto nivel en algún área en particular. El nombre de los estudios o del título reflejará su contenido de materias a alto nivel. Por ejemplo, los poseedores de títulos que incluyan “estadística” tendrán un conocimiento y una comprensión sustanciales de la teoría central de la inferencia estadística y de muchas aplicaciones de la estadística. Quienes posean un título en “matemáticas” pueden tener conocimientos de muy distintas partes de las matemáticas, pero en todo caso habrán tratado en profundidad algunos temas.

4. El segundo título (Master) en matemáticas

Ya hemos dejado claro nuestro convencimiento de que sería un error establecer cualquier clase de currículum troncal para los estudios de segundo ciclo. Dada la diversidad de las matemáticas, los diferentes planes deberían dirigirse a una amplia gama de estudiantes, incluyendo muchos cuyo primer título no sea en matemáticas sino en otros campos más o menos relacionados (informática, física, ingeniería, economía, etc.). En consecuencia se debería procurar que los segundos ciclos de matemáticas fueran de muy diversa índole.

Pensamos que el denominador común de todos los segundos ciclos debería residir, más que en el contenido, en el nivel que se espera que los alumnos alcancen. Una característica unificadora podría ser el requisito de que todos los estudiantes de segundo ciclo lleven a cabo una apreciable cantidad de trabajo individual, lo que se podría plasmar en la presentación de un proyecto individual de cierta consideración.

Creemos que, en orden a lograr el nivel necesario para realizar un verdadero trabajo individual en matemáticas, el tiempo requerido para obtener un título de *Master* debería ser al menos el equivalente de 90 créditos ECTS. Por tanto el número de créditos ECTS de un *Master* estará comprendido normalmente entre 90 y 120, dependiendo de cuál sea la duración de cada uno de los dos ciclos en los distintos países.

5. Un marco europeo y el acuerdo de Bolonia

5.1 La forma en que los diferentes países implementen el acuerdo de Bolonia tendrá trascendencia sobre la troncalidad común. En particular, 3+2 puede no ser equivalente a 5, porque en una estructura de 3+2 años los 3 primeros años podrían conducir a un título profesional, lo que significaría que se invierte menos tiempo en las nociones fundamentales, o podrían conducir a los 2 años siguientes, en cuyo caso el espíritu del plan de estudios de los 3 años sería diferente.

5.2 Si es mejor que los estudios de matemáticas estén formados por un *Bachelor* de 180 créditos ECTS seguidos por un *Master* de 120 créditos ECTS (es decir, una estructura 3+2, en términos de años académicos), o si por el contrario es preferible una estructura 240+90 (es decir, 4+1+proyecto), dependerá de varias circunstancias. Por ejemplo, una estructura 3+2 seguramente facilitará la movilidad entre materias para estudiantes que decidan seguir un *Master* en un área distinta de aquella en la obtuvieron su *Bachelor*.

Un aspecto que no se puede ignorar, al menos en matemáticas, es la formación de los profesores de enseñanza secundaria. En caso de que la cualificación pedagógica haya de obtenerse durante los estudios de primer ciclo, éstos probablemente deberían durar 4 años. Pero si el ser profesor de enseñanza secundaria exige un *Master* (o algún otro tipo de cualificación postgraduada), entonces un *Bachelor* de 3 años puede ser adecuado, y en este caso la formación pedagógica sería una de las posibles opciones de postgrado (a nivel de *Master* o a otro nivel).

5.3 El grupo no ha intentado resolver las contradicciones que podrían aparecer en el caso de que haya diferentes implementaciones del acuerdo de Bolonia (es decir, si coexisten planes universitarios de tres años con otros de cinco años; o si se establecen diferentes estructuras cíclicas, ya que se han propuesto todos estos esquemas: 3+1, 3+2, 4+1, 4+1+proyecto, 4+2). Como se ha dicho más arriba, podría ser aceptable que coexistan diversos sistemas, pero creemos que si hay grandes alejamientos del estándar (como la estructura 3+1, o el incumplimiento de los principios enunciados en la sección 3) éstos tienen que estar fundamentados en unos requisitos adecuados sobre los niveles de acceso o en otros factores particulares del plan de estudios, que puedan ser juzgados en la acreditación externa. De otro modo, tales títulos corren el riesgo de no beneficiarse del reconocimiento automático europeo que dará el marco común, aunque puedan constituir títulos válidos de educación superior.

6. Referencias

- [B] http://www.bologna-berlin2003.de/pdf/bologna_declaration.pdf
- [P] http://www.bologna-berlin2003.de/pdf/Prague_communicuTheta.pdf
- [QAA] Documento para la evaluación comparada de los títulos de Matemáticas, Estadística e Investigación Operativa, de la *Quality Assurance Agency for Higher Education* del Reino Unido.
<http://www.qaa.ac.uk/crntwork/benchmark/phase2/mathematics.pdf>.
- [T1] Los sitios oficiales del proyecto *Tuning educational structures in Europe*:
<http://www.relint.deusto.es/TuningProject/index.htm>,
<http://www.let.rug.nl/TuningProject/index.htm>
- [T2] Información sobre el proyecto *Tuning educational structures in Europe* en el sitio de la Comisión Europea: <http://europa.eu.int/comm/education/tuning.html>

Miembros de “The Mathematics Tuning Group”:

Stephen Adam, University of Westminster (Experto en educación superior)
José Manuel Bayod, Universidad de Cantabria (bayodjm@unican.es)
Martine Bellec, Université Paris IX Dauphine (martine.bellec@dauphine.fr)
Marc Diener, Université de Nice (diener@math.unice.fr)
Alan Hegarty, University of Limerick (Alan.Hegarty@ul.ie)
Poul Hjorth, Danmarks Tekniske Universitet (P.G.Hjorth@mat.dtu.dk)
Anne Mette Holt, Danmarks Tekniske Universitet (Experta en relaciones internacionales)
Günter Kern, Technische Universität Graz (Kern@opt.math.tu-graz.ac.at)
Frans J. Keune, Katholieke Universiteit Nijmegen (keune@sci.kun.nl)
Luc Lemaire, Université Libre de Bruxelles (llemaire@ulb.ac.be)
Andrea Milani, Università degli Studi di Pisa (milani@dm.unipi.it)
Julian Padget, University of Bath (jap@maths.bath.ac.uk)
María do Rosário Pinto, Universidade de Porto (mspinto@fc.up.pt)
Adolfo Quiros, Universidad Autónoma de Madrid (adolfo.quiros@uam.es)
Wolfgang Sander, Technische Universität Braunschweig (w.sander@tu-bs.de)
Hans-Olav Tylli, University of Helsinki (hojtylli@cc.helsinki.fi)

Anexo 2

**Documento completo de la propuesta para
el Suplemento Europeo al Título actual de
matemáticas:**

**En castellano con ejemplos de las cinco
universidades.**

En inglés ejemplo de la UAM.

SUPLEMENTO EUROPEO AL TÍTULO

EJEMPLO DE LICENCIADO EN MATEMÁTICAS

1. INFORMACIÓN SOBRE LA IDENTIDAD DEL POSEEDOR DE LA TITULACIÓN

- 1.1 **Apellido(s):** **García Pérez** [en la versión informática: un solo campo con espacio en blanco entre los dos apellidos]
- 1.2 **Nombre(s):** **Carmen**
- 1.3 **Fecha de nacimiento (día/mes/año):** **01/01/1979**
- 1.4 **Número de identificación de estudiante o código (si se conoce):** [temporalmente se utilizará código Erasmus + DNI, aunque se apoyará el proyecto ScanNet]
E MADRID04 + DNI
E BARCELO02 + DNI
E SANTAND01 + DNI
E SANTIAGO1 + DNI
E SEVILLA01 + DNI

2. INFORMACIÓN SOBRE LA TITULACIÓN

- 2.1 **Denominación de los estudios y (si procede) título conferido (en la lengua original):**
Estudios: Licenciatura en Matemáticas.
Título conferido: Licenciada en Matemáticas (oficial y válido en todo el territorio nacional).
- 2.2 **Principal(es) campo(s) de estudio de la titulación:** Matemáticas (Álgebra, Análisis Matemático, Geometría, Estadística, Análisis Numérico).
- 2.3 **Nombre (en la lengua original) y naturaleza de la institución que la concede:**
Universidad Autónoma de Madrid, universidad pública.
Universidad Autónoma de Barcelona, universidad pública.
Universidad de Cantabria, universidad pública.
Universidad de Santiago de Compostela, universidad pública.
Universidad de Sevilla, universidad pública.
- 2.4 **Nombre (en la lengua original) y naturaleza de la institución (si es diferente de la anterior) en la que se cursaron los estudios:**
[US] 44,5% de los estudios cursados en la Universidad de Cádiz
55,5% de los estudios cursados en la Universidad de Sevilla
- 2.5 **Lengua(s) de enseñanza/examen:**
[UAM] español (castellano).
[UAB] catalán y/o castellano.
[UC] español (castellano)
[USC] español (castellano) y/o gallego.
[US] español (castellano)
- ### 3. INFORMACIÓN SOBRE EL NIVEL DE LA TITULACIÓN
- 3.1 **Nivel de la titulación:** Licenciado (ver 8).
- 3.2 **Duración oficial del programa:**
[UAM] 4 años, pero existe la posibilidad de completarlo en 5 años. En ambos casos el tiempo total presencial con los profesores en clases teóricas, de problemas y prácticas es de 2500 horas en el conjunto de la titulación. El tiempo total estimado de trabajo para el estudiante, incluyendo clases, trabajo individual, exámenes y su preparación, es anualmente de 1500 horas aproximadamente.
[UAB] 5 años, pero existe la posibilidad de completarlo en 4 años. En ambos casos el tiempo total presencial con los profesores en clases teóricas, de problemas y prácticas es de 2850 horas en el conjunto de la titulación. El tiempo total estimado de trabajo para el estudiante, incluyendo exámenes y su preparación, es anualmente de 1400 horas aproximadamente.
[UC] 5 años. El tiempo total de trabajo en clases teóricas, de problemas y prácticas es de 2500 horas (=300 créditos). El tiempo total estimado de trabajo para el estudiante, incluyendo exámenes y su preparación, es de 1500 horas al año aproximadamente

[USC] No se prescribe una duración oficial, pero se recomienda completarlo en 5 años. El tiempo total de trabajo en clases teóricas, de problemas y prácticas es de 3000 horas. El tiempo total estimado de trabajo para el estudiante, incluyendo exámenes y su preparación, es de 1600 horas al año aproximadamente.

[US] 5 años. El tiempo total presencial con los profesores en clases teóricas, de problemas y prácticas es de 3000 horas en el conjunto de la titulación. El tiempo total estimado de trabajo para el estudiante, incluyendo clases, trabajo individual, exámenes y su preparación, es de 1500 horas al año aproximadamente.

3.3 Requisito(s) de acceso:

Bachillerato + Prueba de Acceso a la Universidad. Los estudiantes que poseen el título de Diplomado en Estadística pueden acceder directamente al segundo ciclo, cursando ciertos Complementos de Formación.

4. INFORMACIÓN SOBRE EL CONTENIDO Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS

4.1 **Forma de estudio:** Programa presencial. Los estudiantes pueden organizar temporalmente su plan de estudios como deseen. [Sería conveniente que se estableciesen criterios para distinguir entre estudiantes a tiempo completo y a tiempo parcial]

4.2 Requisitos del programa:

[UAM] El estudiante tiene que completar 2500 horas presenciales con los profesores distribuidas de la siguiente forma:

- 18 asignaturas troncales (1410 horas presenciales),
- 4 asignaturas obligatorias (290 horas presenciales),
- 7 asignaturas optativas (400 horas presenciales),
- asignaturas de libre elección (400 horas presenciales) que el estudiante puede escoger entre todos los cursos ofrecidos por la universidad en cualquier disciplina u otras actividades curriculares.

Cada asignatura debe ser aprobada de forma independiente.

[UAB] El estudiante tiene que completar 2850 horas presenciales con los profesores distribuidas de la siguiente forma:

- 16 asignaturas troncales (1290 horas presenciales),
- 10 asignaturas obligatorias (930 horas presenciales),
- 6/7 asignaturas optativas (330 horas presenciales aproximadamente),
- asignaturas de libre elección (300 horas presenciales) que el estudiante puede escoger entre todos los cursos ofrecidos por la universidad en cualquier disciplina u otras actividades curriculares.

Cada asignatura debe ser aprobada de forma independiente.

[UC] El estudiante tiene que superar 21 asignaturas, equivalentes a 5 años de estudio a tiempo completo. Todas las asignaturas de los cuatro primeros años son comunes para todos los alumnos, y en el último año cada estudiante puede optar por 2, a elegir entre una oferta de a lo sumo 5 asignaturas. Cada asignatura debe ser superada individualmente, y para ello se evalúa en una escala de 0 a 10; para superarla hay que obtener al menos un 5.

[USC] El estudiante tiene que completar 3000 horas presenciales con los profesores distribuidas de la siguiente forma:

- 9 asignaturas obligatorias (645 horas),
- 20 asignaturas troncales (1550 horas)
- 505 horas a completar entre 51 asignaturas optativas. Estas asignaturas se dividen en 21 asignaturas optativas vinculadas a alguna orientación y 30 asignaturas optativas no vinculadas a orientaciones, 300 horas de asignaturas de libre elección. Previa solicitud del estudiante, podrán imputarse como materias de libre elección curricular las materias optativas de la propia titulación, las materias troncales, obligatorias y optativas de otras titulaciones, las materias diseñadas específicamente para la libre elección y cursos,

seminarios y otras actividades a los que la USC reconozca previamente la posibilidad de ser imputados como de libre elección.

Cada asignatura y cada curso debe ser aprobado individualmente (no hay ningún sistema de compensación anual).

[US] El estudiante tiene que completar 3000 horas presenciales con los profesores distribuidas de la siguiente forma:

- 18 asignaturas troncales (1260 horas presenciales),
- 8 asignaturas obligatorias (570 horas presenciales)
- 13 asignaturas optativas (870 horas presenciales), a elegir entre la oferta de la Facultad,
- Asignaturas de libre elección (300 horas presenciales), que el estudiante puede escoger entre los cursos y actividades ofrecidos por la universidad en cualquier disciplina u otras actividades extracurriculares

Cada asignatura debe ser aprobada de forma independiente.

4.3 Datos del programa (por ejemplo, módulos o unidades cursados) y especificación de las calificaciones/créditos obtenidos:

(si esta información figura en una certificación oficial, utilícese en este apartado)

4.3.1 Asignaturas troncales y obligatorias:

Primer curso				
Asignatura	Horas presenciales	Calificación	Año	Observaciones
Cálculo I	120	Convalidada	97-98	Convalidada
Álgebra Lineal	120	Convalidada	97-98	Convalidada
Informática	100	Aprobado	97-98	
Cálculo II	120	Matrícula de Honor	97-98	
Geometría I	120	Aprobado	98-99	
Conjuntos y Números	120	Sobresaliente	97/98	
Segundo curso				
Asignatura	Horas presenciales	Calificación	Año	Observaciones
Cálculo III	80	Notable	98-99	
Ec. Diferen. Ordinarias	80	Aprobado	99-00	
Probabilidad I	100	Notable	98-99	
Cálculo Numérico I	100	Sobresaliente	98-99	
Geometría II	80	Aprobado	99-00	
Topología	80	Aprobado	98-99	
Modelización I	80	Aprobado	99-00	
Física para Matemáticos	80	Aprobado	99-00	
Tercer curso				
Asignatura	Horas presenciales	Calificación	Año	Observaciones
Álgebra I	80	Sobresaliente	00-01	EQ Erasmus
Teo. Integral y Medida	80	Aprobado	00-01	EQ Erasmus
Variable Compleja I	80	Notable	00-01	EQ Erasmus
Álgebra II	80	Aprobado	00-01	EQ Erasmus
Ec. Dif, y Anál. Funcional	80	Aprobado	00-01	EQ Erasmus
Probabilidad II	80	Matrícula de Honor	00-01	EQ Erasmus

Cuarto curso				
Asignatura	Horas	Calificación	Año	Observaciones
Geometría III	presen ciales	Sobresaliente	01-02	
Cálculo Numérico II	90	Aprobado	01-02	
	90			

4.3.2 Asignaturas optativas:

Asignatura	Horas	Calificación	Año	Observaciones
Historia de las Matemáticas	presen ciales	Notable	99-00	
Matemática Discreta	80	Sobresaliente	00-01	EQ Erasmus
Teoría de Números	80	Notable	00-01	EQ Erasmus
Estadística I	80	Notable	01-02	
Estadística II	80	Notable	01-02	
Modelización II	80	Aprobado	01-02	
Lógica	80	Notable	01-02	
	80			

4.3.3 Asignaturas de libre elección:

Asignatura	Horas	Calificación	Año	Observaciones
Inglés (nivel medio)	presen ciales	Sobresaliente	97-98	
Inglés (nivel superior)	50	Notable	98-99	
Bases de Datos	70	Notable	00-01	EQ Erasmus
Derecho de la Empresa	50	Notable	00-01	EQ Erasmus
Prácticas en Empresas	60	Apto	01-02	
Actividades extracurriculares	120	Apto		
	50			

4.3.4 Asignaturas cursadas en equivalencia:

En la Universität Würzburg, Alemania (EQ Erasmus)

Funktionentheorie
 Algebra
 Elementare Zahlentheorie
 Funktionalanalysis
 Einführung zu JAVA
 Deutsch als Fremdsprache (Mittelstufe)
 Deutsch als Fremdsprache (Oberstufe)
 Deutsch als Fremdsprache (Landeskunde)

4.3.1 Asignaturas troncales y obligatorias

Primer curso

Asignatura	Horas presenciales	Calificación	Año	Observaciones
Álgebra Lineal	75	Notable	99-00	Adaptada
Elementos de Análisis Matemático	75	Aprobado	99-00	
Física General	60	Aprobado	99-00	Adaptada
Informática	90	Notable	99-00	Adaptada
Análisis Matemático I	90	Aprobado	99-00	Adaptada
Cálculo Numérico I	60	Aprobado	99-00	Adaptada
Elementos de Geom. Diferencial y Top. Geometría	75	Notable	99-00	Adaptada

Segundo curso

Asignatura	Horas presenciales	Calificación	Año	Observaciones
Ampliación de Geometría	60	Aprobado	99-00	
Análisis Matemático II	60	Aprobado	99-00	Adaptada
Cálculo de Probabilidades	60	Notable	99-00	Adaptada
Cálculo Numérico II	60	Aprobado	99-00	Adaptada
Física Teórica	75	Aprobado	99-00	
Ampl. Teoría de Func. Varias Variabl.	75	Notable	99-00	Adaptada
Ecuaciones Diferenciales Ordinarias	75	Aprobado	99-00	Adaptada

Tercer curso

Asignatura	Horas presenciales	Calificación	Año	Observaciones
Estadística Matemática	60	Notable	99-00	Adaptada
Geometría local de Curvas y Superf.	90	Aprobado	99-00	
Álgebra	75	Aprobado	99-00	Adaptada
Variable Compleja y Análisis Fourier	60	Notable	99-00	Adaptada

Cuarto curso

Asignatura	Horas presenciales	Calificación	Año	Observaciones
Análisis Funcional	45	Aprobado	00-01	
Cálculo Numérico III	90	Aprobado	00-01	
Estructuras Algebraicas	90	Notable	00-01	
Variable Compleja	60	Notable	00-01	
Variiedades Diferenciables	45	Aprobado	00-01	
E. D. P. y Análisis Funcional	90	Aprobado	00-01	
Elementos de Homología Clásica	60	Aprobado	00-01	

4.4 Sistema de calificación y, si se conoce, la distribución de las calificaciones:

Cada asignatura se evalúa en una escala de 0 a 10 puntos. Esta calificación numérica tiene asociada una calificación cualitativa, de la siguiente forma:

Calificación Cualitativa	Calificación Numérica
Suspenso	Entre 0 y 4,9 puntos
Aprobado	Entre 5 y 6,9 puntos
Notable	Entre 7 y 8,9 puntos
Sobresaliente	Entre 9 y 10 puntos
Matrícula de Honor	Sobresaliente + Mención especial

Para superar una asignatura es preciso obtener, al menos, 5 puntos. Por tanto una asignatura se supera con las calificaciones de Matrícula de Honor, Sobresaliente, Notable o Aprobado, y no se supera si se obtiene la calificación de Suspenso.

Matrícula de Honor significa haber obtenido un Sobresaliente y una mención especial y se puede conceder, como máximo, una Matrícula de Honor por cada 20 estudiantes matriculados en la asignatura.

Algunas actividades se califican sólo como Apto/No Apto. No tienen calificación numérica y no se tienen en cuenta en el cálculo de la puntuación media..

No Presentado significa que el alumno ha abandonado voluntariamente la asignatura.

La distribución de calificaciones de los estudiantes que han superado las asignaturas de Matemáticas en los últimos cuatro años ha sido

UAM

Aprobado	65,74 %
Notable	23,50 %
Sobresaliente	7,55 %
Matrícula de Honor	3,21 %

UAB

Aprobado	62,52 %
Notable	26,17 %
Sobresaliente	9,35 %
Matrícula de Honor	1,98 %

UC

Aprobado	67,57 %
Notable	22,34 %
Sobresaliente	6,27 %
Matrícula de Honor	3,82 %

USC

Aprobado	62,12 %
Notable	31,82 %
Sobresaliente	4,54 %
Matrícula de Honor	1,52 %

US

Aprobado	68,29 %
Notable	24,39 %
Sobresaliente	4,88 %
Matrícula de Honor	2,44 %

La observación "EQ" significa que el alumno ha cursado una asignatura equivalente.

La observación "Convalidada" significa que el alumno ha cursado una asignatura similar y no se le asigna calificación.

La observación "Adaptada" significa que el alumno ha cursado una asignatura similar, pero en un Plan de Estudios de Licenciado en Matemáticas diferente del actual.

4.5 Clasificación general de la titulación (en la lengua original):

Puntuación media 1.9 [si el estudiante obtiene Premio Extraordinario, señalarlo. En este caso añadir también:

[UAM] Sólo puede ser premiado con la distinción de "Premio Extraordinario" un estudiante de cada 125 por promoción.

[UAB] Sólo pueden ser premiados con la distinción de "Premio Extraordinario" dos estudiantes por cada promoción entre los que hayan obtenido una calificación global igual o superior a 2,3.

[UC] La distinción de "Premio Extraordinario" es asignada a lo sumo a un estudiante por promoción por una Comisión de la Facultad de Ciencias en atención a un expediente de excepcional mérito.

[USC] Sólo puede ser premiado con la distinción de "Premio Extraordinario" un estudiante de cada cinco que hayan obtenido la calificación de Sobresaliente en la obtención del Grado de Licenciado.

[UC] [Si el estudiante presenta una Tesina o supera el Examen de Grado de Licenciatura, señalarlo. En este caso añadir también:

- Como complemento a su formación el estudiante ha superado el Examen de Grado con la calificación de ¿¿??
- Como complemento a su formación e iniciación a la investigación el estudiante ha elaborado y defendido la Tesina de Licenciatura titulada ¿¿?? que recibió la calificación de ¿¿??]

La puntuación media de los Licenciados en Matemáticas en la **Universidad Autónoma de Madrid** durante los últimos cuatro años es 1.3.

La puntuación media se calcula mediante el criterio numérico siguiente:

Aprobado o Convalidada	1 punto
Notable	2 puntos
Sobresaliente	3 puntos
Matrícula de Honor	4 puntos

5. INFORMACIÓN SOBRE LA FUNCIÓN DE LA TITULACIÓN

5.1 **Acceso a ulteriores estudios:** Después de la Licenciatura se puede acceder a:

- Diploma de Estudios Avanzados (no sólo en Matemáticas). Si es seguido de una Tesis de Investigación, se obtiene el título de Doctor.
- Másters y títulos de especialización en diferentes campos.
- Certificado de Aptitud Pedagógica, necesario para ser profesor permanente en el sistema público de educación secundaria.

5.2 **Rango profesional (si procede):** Matemático no es una profesión regulada oficialmente. Un Licenciado en Matemáticas, como todo Licenciado, puede optar a las categorías más altas de la función pública. El título de Licenciado en Matemáticas cualifica para la formulación matemática, análisis, resolución y, en su caso, tratamiento informático de problemas en diversos campos interdisciplinares de las ciencias básicas, ciencias sociales y de la vida, ingeniería, finanzas, consultoría, etc..., con vistas a las aplicaciones, la investigación y/o la docencia.

6. INFORMACIÓN ADICIONAL

6.1 Información adicional:

[UAM] El título de Licenciado en Matemáticas en la Universidad Autónoma de Madrid no está dirigido hacia la formación especializada en ninguna rama de las Matemáticas. Ofrece una amplia selección de asignaturas optativas, de manera que el estudiante puede diseñar un curriculum adaptado a sus futuros intereses profesionales. Es posible, pero no obligatorio, conseguir créditos por realizar prácticas en una empresa o industria.

[UAB] El título de Licenciado en Matemáticas en la Universidad Autónoma de Barcelona no está dirigido hacia la formación especializada en ninguna rama de las Matemáticas. Ofrece una selección de asignaturas optativas, de orientación aplicada y teórica, de manera que el estudiante puede diseñar un curriculum adaptado a sus expectativas profesionales. Escogiendo bien los créditos optativos y de libre elección, el estudiante puede obtener una mayor especialización laboral cursando 30 créditos adicionales. Se pueden conseguir créditos optativos por realizar prácticas en una empresa o un centro de enseñanza de secundaria y también por la realización de un Trabajo Dirigido.

[USC] El título de Licenciado en Matemáticas en la Universidad de Santiago no está dirigido hacia la formación especializada en ninguna rama de las Matemáticas. Ofrece una amplia selección de asignaturas optativas, que se encuadran en las orientaciones de Matemática Aplicada, Matemática Pura y de Estadística e Investigación Operativa. Estas orientaciones hacen posible que el estudiante pueda diseñar un curriculum adaptado a sus expectativas profesionales. Es posible, pero no obligatorio, conseguir créditos por realizar prácticas en una empresa o industria y por trabajos académicamente dirigidos.

[US] El título de Licenciado en Matemáticas por la Universidad de Sevilla pretende dar una formación lo más amplia posible de muy diversas ramas de las Matemáticas, tanto puras como aplicadas. Los estudiantes adquieren conocimientos y destrezas que les capacitan para adaptarse con facilidad tanto al ejercicio profesional como a la docencia y la investigación.

6.2 Otras fuentes de información:

- Sobre el sistema educativo español: www.mecd.es,
- Sobre la Universidad Autónoma de Madrid: www.uam.es,
- Sobre la Titulación de Matemáticas en la UAM: www.uam.es/matem
- Sobre las universidades catalanas: <http://dursi.gencat.es>
- Sobre la Universidad Autónoma de Barcelona: www.uab.es,
- Sobre la Titulación de Matemáticas en la UAB: <http://mat.uab.es/seccio>
- Sobre la Universidad de Cantabria: www.unican.es,
- Sobre la Facultad de Ciencias: www.fciencias.unican.es
- Sobre la titulación de Licenciado en Ciencias Matemáticas de la Universidad de Cantabria: <http://campusvirtual.unican.es/planes/CMATEMAA.htm>
- Sobre la Universidad de Santiago: www.usc.es,
- Sobre la Titulación de Matemáticas en la USC: www.usc.es/intro/facescg.htm
- Sobre la Universidad de Sevilla: www.us.es
- Sobre la Titulación de Matemáticas en la Universidad de Sevilla: www.matematicas.us.es

7. CERTIFICACIÓN DEL SUPLEMENTO

7.1 **Fecha:** 10 de octubre de 2001

7.2 **Firma:** [Secretario General IMPRESA] [Decano/Administrador del Centro/... ORIGINAL]

7.3 **Cargo:** Secretario General de la Universidad ... Decano/Administrador de la Facultad ...

7.4 **Sello o tampón oficial:** SELLO SECO

8. INFORMACIÓN SOBRE EL SISTEMA NACIONAL DE ENSEÑANZA SUPERIOR

(N.B. Las instituciones que tienen previsto expedir el Diploma Supplement deben consultar las notas explicativas sobre su cumplimentación.)

THE DIPLOMA SUPPLEMENT

EJEMPLO DE LICENCIADO EN MATEMÁTICAS EN LA UAM

1 INFORMATION IDENTIFYING THE HOLDER OF THE QUALIFICATION

- 1.1 **Family name(s):** **García Pérez** [en la versión informática: un solo campo con espacio en blanco entre los dos apellidos]
- 1.2 **Given name(s):** **Carmen**
- 1.3 **Date of birth (day/month/year):** **01/01/1979**
- 1.4 **Student identification number or code (if available):** **EMADRID04 + DNI** [temporalmente se utilizará código Erasmus + DNI, aunque se apoyará el proyecto ScanNet]

2 INFORMATION IDENTIFYING THE QUALIFICATION

- 2.1 **Name of studies and (if applicable) title conferred (in original language):**
Studies: Licenciatura en Matemáticas
Title conferred: Licenciada en Matemáticas (state recognised)
- 2.2 **Main field(s) of study for the qualification:** Mathematics (Algebra, Mathematical Analysis, Geometry, Statistics, Numerical Analysis)
- 2.3 **Name and status of awarding institution (in original language):** **Universidad Autónoma de Madrid, universidad pública**
- 2.4 **Name and status of institution (if different from 2.3) administering studies (in original language):**
- 2.5 **Language of instruction/examination:** **Spanish**

3 INFORMATION ON THE LEVEL OF THE QUALIFICATION

- 3.1 **Level of qualification:** Licenciado (see 8).
- 3.2 **Official length of programme:** **4 years, but there is the choice of doing it in 5 years. In both cases the total time of contact with the lecturers in theoretical classes, problems sessions and laboratory work is 3000 hours during the degree. The total estimated working time for the student, including classes, individual study, exams and preparation for them, is annually about 1500 hours.**
- 3.3 **Access requirements(s):** Bachillerato + University Entrance Examination. Students holding the degree of Diplomado en Estadística are admitted directly into the second cycle taking some complementary courses.

4 INFORMATION ON THE CONTENTS AND RESULTS GAINED

- 4.1 **Mode of study:** Presential programme. Students are free to organise temporally their study plan in any way they want. [Sería conveniente que se estableciese con claridad la distinción entre estudiantes a tiempo completo y a tiempo parcial].
- 4.2 **Programme requirements:** **The student has to complete 2500 contact hours with the lecturers corresponding to:**
 - 18 core subjects (1410 contact hours)
 - 4 compulsory subjects (290 contact hours)
 - 7 elective subjects (400 contact hours)
 - free choice subjects (400 contact hours) that the student may take among all subjects offered by the university in all disciplines or other extracurricular activities.**Each subject must be passed independently.**

4.3 Programme details: (e.g. modules or units studied), and the individual grades/marks/credits obtained:

(if this information is available on an official transcript this should be used here)

4.3.1 Core and compulsory subjects:

First year

Subject	Contact hours	Grade	Year	Observations
Conjuntos y Números (Sets and Numbers)	120	Sobresaliente	97-98	
Cálculo I (Calculus I)	120	Recognised	97-98	Recognised
Álgebra Lineal (Linear Algebra)	120	Recognised	97-98	Recognised
Informática (Computer Science)	100	Aprobado	97-98	
Cálculo II (Calculus II)	120	Matrícula de Honor	97-98	
Geometría I (Geometry I)	120	Aprobado	98-99	

Second year

Subject	Contact hours	Grade	Year	Observations
Cálculo III (Calculus III)	80	Notable	98-99	
Ec. Diferen. Ordinarias (Ordinary Differential Equations)	80	Aprobado	99-00	
Probabilidad I (Probability I)	100	Notable	98-99	
Cálculo Numérico I (Numerical Analysis I)	100	Sobresaliente	98-99	
Geometría II (Geometry II)	80	Aprobado	99-00	
Topología (Topology)	80	Aprobado	98-99	
Modelización I (Mathematical Models I)	80	Aprobado	99-00	
Física para Matemáticos (Physics)	80	Aprobado	99-00	

Third year

Subject	Contact hours	Grade	Year	Observations
Álgebra I (Algebra I)	80	Sobresaliente	00-01	EQ Erasmus
Teo. Integral y Medida (Measure Theory)	80	Aprobado	00-01	EQ Erasmus
Variable Compleja I (Complex Variables I)	80	Notable	00-01	EQ Erasmus
Álgebra II (Algebra II)	80	Aprobado	00-01	EQ Erasmus
Ec. Difer. y Anál. Funcional (Differential Equations and Functional Analysis)	80	Aprobado	00-01	EQ Erasmus
Probabilidad II (Probability II)	80	Matrícula de Honor	00-01	EQ Erasmus

Fourth year

Subject	Contact hours	Grade	Year	Observations
Geometría III (Geometry III)	90	Sobresaliente	01-02	
Cálculo Numérico II (Numerical Analysis III)	90	Aprobado	00-01	

4.3.2 Elective subjects

Subject	Contact hours	Grade	Year	Observations
Historia de las Matemáticas (History of Math)	80	Notable	99-00	
Matemática Discreta (Discrete Mathematics)	80	Sobresaliente	00-01	EQ Erasmus
Teoría de Números (Number Theory)	80	Notable	00-01	EQ Erasmus
Estadística I (Statistics I)	80	Notable	01-02	
Estadística II (Statistics II)	80	Notable	01-02	
Modelización II (Mathematical Models II)	80	Aprobado	01-02	
Lógica (Mathematical Logic)	80	Notable	01-02	

4.3.3 Free choice subjects

Subject	Contact hours	Grade	Year	Observations
Inglés, nivel medio (English, intermediate level)	50	Sobresaliente	97-98	
Inglés, nivel superior (English, advanced level)	70	Notable	98-99	
Bases de Datos (Databases)	50	Notable	00-01	EQ Erasmus
Derecho de la Empresa (Enterprise Law)	60	Notable	00-01	EQ Erasmus
Prácticas en Empresas (Practices in companies)	120	Apto	01-02	
Extracurricular activities	50	Apto		

4.3.4 Subjects taken in equivalence

At the Universität Würzburg, Germany (EQ Erasmus)

- Funktionentheorie (Function Theory)
- Algebra I (Algebra I)
- Elementare Zahlentheorie (Elementary Number Theory)
- Funktionalanalysis (Functional Analysis)
- Einführung zu JAVA (Introduction to JAVA)
- Deutsch als Fremdsprache, Mittelstufe (German, intermediate level)
- Deutsch als Fremdsprache, Oberstufe (German, advanced level)
- Deutsch als Fremdsprache, Landeskunde (German regional studies)

4.4 Grading scheme and, if available, grade distribution guidance:

Each subject is graded in a scale from 0 a 10 points. Each numeric grade correspond to a qualitative grade as follows:

Qualitative Grade	Numeric Grade
Suspenso	Entre 0 y 4,9 puntos
Aprobado	Entre 5 y 6,9 puntos
Notable	Entre 7 y 8,9 puntos
Sobresaliente	Entre 9 y 10 puntos
Matrícula de Honor	Sobresaliente + Mención especial

To pass a subject it is necessary to get at least 5 points. There are therefore four passing grades (Matrícula de Honor, Sobresaliente, Notable, Aprobado) plus one fail grade (Suspenso).

Matrícula de Honor means getting a Sobresaliente plus an special mention. A maximum of one Matrícula de Honor per 20 students registered in a given subjectc an be awarded.

Some activities are graded only on a Pass (Apto) / Fail (No Apto) basis. These subjects do not have a numeric grade and are not taken under consideration when calculating the Grade Point Average (GPA).

No Presentado means that the student has voluntarily dropped the subject,

The grade's distribution of students passing Mathematics' subjects in the last four years has been

UAM

Aprobado	65,74 %
Notable	23,50 %
Sobresaliente	7,55 %
Matrícula de Honor	3,21 %

The observation "EQ" means that the student has taken an equivalent subject.
The observation "Recognised" means that the student has taken a similar subject and no grade is assigned.

4.5 Overall classification of the qualification (*in original language*): Grade Point Average **1.9** [si el estudiante obtiene Premio Extraordinario, señalarlo. En este caso añadir también: **No more than 1 student out of 125 in each graduating class can be awarded the distinction of “Premio Extraordinario”.**]

The mean GPA among Licenciados en Matemáticas at **Universidad Autónoma de Madrid** in the last four years is **1.3**.

The Grade Point Average (GPA) is calculated with the following numerical criterion:

Aprobado or Convalidada	1 point
Notable	2 points
Sobresaliente	3 points
Matrícula de Honor	4 points

5 INFORMATION ON THE FUNCTION OF THE QUALIFICATION

5.1 Access to further study: A Licenciado en Matemáticas has access to:

- Diploma de Estudios Avanzados (not only in Mathematics). If this is followed by a Research Thesis, the degree of Doctor is awarded.
- Non-doctoral postgraduate studies like Masters and other specialisation degrees in different fields.
- Certificado de Aptitud Pedagógica, required to be a permanent teacher in the public secondary school system.

5.2 Professional status (*if applicable*): Mathematician is not an officially regulated profession. A Licenciado en Matemáticas, as is the case of all Licenciados, can opt to the highest ranks of the Civil Service. The degree of Licenciado en Matemáticas qualifies for the mathematical formulation, analysis, resolution and, if it is the case, computational processing of problems in different interdisciplinary fields of basic science, social and life sciences, engineering, finances, consulting, etc..., in a view to applications, research and/or teaching.

6 ADDITIONAL INFORMATION

6.1 Additional information: **The degree of Licenciado en Matemáticas at Universidad Autónoma de Madrid is not directed towards specialized training in any branch of Mathematics. It offers a broad selection of optional subjects, so that students can build up a curriculum geared to their future professional interests. It is possible, but not compulsory, to get credit for an internship in a company or industry.**

6.2 Further information sources:

- About the Spanish education system: www.mecd.es,
- About the Universidad Autónoma de Madrid: www.uam.es,
- About the Degree in Mathematics at UAM: www.uam.es/matem

7 CERTIFICATION OF THE SUPPLEMENT

7.1 Date: **October 10th, 2001**

7.2 Signature: [Secretario General IMPRESA] [Decano/Administrador del Centro/... ORIGINAL]

7.3 Capacity: Secretario General de la Universidad ... Decano/Administrador de la Facultad ...

7.4 Official stamp or seal: SELLO SECO

8 INFORMATION ON THE NATIONAL HIGHER EDUCATION SYSTEM

(*N.B. Institutions who intend to issue Diploma Supplements should refer to the explanatory notes that explain how to complete them.*)

Anexo 3

**Informe y datos obtenidos respecto a la
valoración de créditos europeos (ECTS)**

**ESTUDIO SOBRE LA ASIGNACIÓN DE
CRÉDITOS EUROPEOS A LAS
DISTINTAS MATERIAS DEL
CURRÍCULUM DE MATEMÁTICAS**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BARCELONA
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE COMPOSTELA
UNIVERSIDAD DE SEVILLA**

Octubre 2002

Índice

	Página
1. Introducción	1
2. Sistema Europeo de Transferencia de Créditos	1
2.1 Asignación de créditos ECTS	2
3. Encuesta	3
3.1 Objetivos	3
3.2 Ámbito y diseño de la encuesta	3
3.3 Resultados	3
3.4 Ejemplos de asignación de créditos para Matemáticas en la UAM	4
4. Guía docente	9
4.1 No hay enseñanza si no hay aprendizaje	9
4.2 La importancia de la evaluación del aprendizaje	9
4.3 Modelo de planificación de una asignatura	10
5. Conclusiones	12
6. Referencias	13
7. Apéndices	14
7.1 Apéndice ECTS-1: Formularios encuesta UAM	14
7.2 Apéndice ECTS-2: Resultados encuesta	16

1. Introducción

En la declaración de Bolonia de 1999, los 29 países firmantes aspiran a la creación de un espacio europeo de educación superior para el año 2010, con el fin de mejorar el empleo y la movilidad de los ciudadanos y de incrementar la competitividad internacional de la educación superior europea.

Para ello es necesario alcanzar un alto grado de compatibilidad y comparabilidad entre los diferentes sistemas de educación superior, a través de los siguientes objetivos:

- Adopción de un sistema de títulos de fácil interpretación y comparación, mediante la implantación de un Suplemento Europeo al Título
- Adopción de un sistema esencialmente basado en dos ciclos principales, grado y postgrado
- Implantación de un sistema de créditos, basado en el sistema ECTS, como medio adecuado para fomentar la movilidad de los estudiantes
- Promoción de la cooperación europea en los procesos de evaluación y acreditación de calidad mediante el desarrollo de metodologías y criterios comparables
- Promoción de una educación superior de dimensión europea.

2. Sistema Europeo de Transferencia de Créditos

Hace diez años se desarrolló el Sistema Europeo de Transferencia de Créditos (ECTS, en sus siglas en inglés), en forma de proyecto piloto en el marco del programa Erasmus, con el fin de facilitar el reconocimiento académico de los estudios cursados en el extranjero. El ECTS se basa en dos elementos básicos: la información sobre los programas de estudios y la utilización de créditos europeos.

El sistema de créditos ECTS proporciona un procedimiento estandarizado de medida y comparación del aprendizaje en diferentes contextos (diferentes programas académicos, diferentes países, ...). Para ello los créditos en el ECTS no deben indicar simplemente el número de horas dedicadas al aprendizaje, sino que deben además aportar información sobre las cualidades de ese aprendizaje (naturaleza, contexto, nivel, ...). De esta manera los créditos serán una herramienta eficaz para conseguir transparencia e integración de los diferentes sistemas europeos de educación superior.

Se valora en 60 créditos europeos el conjunto organizado de materias/ asignaturas que un estudiante medio, dedicado a los estudios a tiempo completo, debe superar en un año. Esto supone una definición del aprendizaje posible en un año académico de un estudiante medio a tiempo completo e incluye las horas de clase en aula o laboratorio, las prácticas, las horas de estudio personal y la preparación y realización de exámenes.

Su equivalencia en horas de trabajo para dicho estudiante medio es de aproximadamente 1600 horas:

$$8 \text{ horas diarias} \times 5 \text{ días a la semana} \times 40 \text{ semanas al año} = 1600 \text{ horas.}$$

Un crédito europeo representa entre 25 y 30 horas de trabajo del estudiante. Evidentemente, los estudiantes más dotados requerirán menos horas y los menos dotados más. Tiene la ventaja de que cada persona, estudie a tiempo completo o a tiempo parcial, puede valorar lo que puede asumir en el tiempo de que disponga.

2.1 Asignación de créditos europeos

En el actual sistema español un crédito corresponde a 10 horas presenciales. No cuantifica en horas el trabajo personal del estudiante ni la preparación y realización de exámenes.

A efectos de movilidad en el programa Erasmus se convirtieron los créditos locales a créditos europeos mediante simples reglas de tres y eso ha creado un hábito que hay que romper. El que los créditos europeos tengan sentido y no se reduzcan a una mera adaptación numérica depende del esfuerzo que internamente realicen las universidades y de la voluntad del profesorado para asumir los nuevos criterios diseñando las estrategias para el aprendizaje adecuadas.

La implantación de los créditos europeos supone un cambio en la orientación pedagógica de las enseñanzas, menos centrada en lo que se enseña y más precisa en lo que se aprende y cuánto esfuerzo requiere este aprendizaje. La implantación de los créditos europeos requiere, por tanto, la elaboración de guías de cada titulación en las que en cada materia se detallen las horas necesarias de dedicación de un “estudiante medio” a cada tipo de actividad, los objetivos formativos que se persiguen y las habilidades que el estudiante debe adquirir.

El volumen de trabajo que realiza un estudiante medio para superar una asignatura depende de la titulación, el programa de estudios, el nivel de exigencia, etc., por lo que cada universidad y, en ella, cada titulación, deberá analizar su caso concreto a la hora de asignar créditos europeos.

La asignación de créditos conviene hacerla siguiendo un procedimiento “top-down” (descendente). Primero se determina el volumen de trabajo de un curso académico completo y se define con 60 créditos. A cada asignatura de ese curso se le asignará un número de créditos según la proporción de trabajo que requiera en relación con el total. Para ello será útil disponer de datos fiables sobre el número de horas que los estudiantes dedican a cada asignatura. En la práctica, el volumen de trabajo varía de año en año, dependiendo de diversos factores, como la utilización de diferentes metodologías docentes, el número de estudiantes por profesor, los conocimientos previos de los estudiantes, ... La única manera de asignar créditos coherentemente es especificando de antemano el volumen de trabajo en una guía docente.

La aplicación del sistema europeo implica un cambio en el diseño de las titulaciones y programas. Primero hay que determinar qué se quiere ofrecer al estudiante (si unos estudios más teóricos o más prácticos, con alguna especialización o no, ...) y fijar unos objetivos, y luego cuánto tiempo necesita el estudiante para alcanzar esos objetivos; y no a la inversa, como se suele hacer actualmente, donde primero se fija la duración de los estudios y después se “rellenan” los cursos con asignaturas.

No hay ninguna institución que controle la aplicación del ECTS. Esto tiene la ventaja de que no se interfiere en la autonomía de las universidades ni de los sistemas educativos pero, por otro lado, las disparidades en los criterios de asignación de créditos influyen negativamente en la comparabilidad.

Si el ECTS se aplica correctamente es posible comparar, desde un punto de vista cuantitativo, estudios en diferentes universidades. Pero la comparabilidad y consigo la transferibilidad de resultados académicos depende también de criterios cualitativos como los contenidos, el grado de dificultad, la calidad de la enseñanza, el tipo de examen y de puntuación.

3. Encuesta

Se ha realizado una encuesta para obtener datos que orienten y faciliten la asignación de créditos ECTS a las distintas materias del currículum de Matemáticas.

3.1 Objetivos

- Obtener una estimación general de las horas de trabajo personal dedicadas por los estudiantes a cada asignatura
- Contrastar el trabajo realizado por los estudiantes con el exigido por los profesores

3.2 Ámbito y diseño de la encuesta

La encuesta se ha realizado en los cursos de primer ciclo de la Licenciatura de Matemáticas de las cinco universidades participantes, así como en los de segundo ciclo de la Universidad Autónoma de Barcelona y de la Universidad de Santiago.

En algunos casos la encuesta se realizó dentro del horario lectivo (se destinó tiempo de clase para que los estudiantes la completaran) y en otros no (los estudiantes debían completarla en casa), siendo la participación notablemente superior en los primeros.

En la Universidad Autónoma de Madrid la encuesta se extendió también a los profesores que impartían docencia en los cursos de primer ciclo.

En la Universidad de Sevilla, la respuesta de los estudiantes fue tan reducida, que no se han incluido los resultados en este estudio

A modo de ejemplo se adjuntan en el Anexo ECTS-1 los dos formularios de la UAM.

Al redactar los formularios para los estudiantes surgió la duda de qué ocurre con aquellos que repiten una asignatura, ¿deben o no contabilizar en el tiempo invertido a esa asignatura el que dedicaron en las convocatorias anteriores? Se creyó que lo correcto era tener en cuenta todas las horas que el estudiante necesitara hasta superarla (¿es realmente lo correcto?) y así se explicó al distribuir el formulario entre los estudiantes. Para controlar este aspecto se preguntó la convocatoria en la que el estudiante se encuentra. En la práctica no se sabe cómo ha sido interpretado este aspecto por los estudiantes ni si lo tuvieron en cuenta. Es algo que habría que mejorar en encuestas posteriores.

Aspectos que habría que mejorar:

- controlar si en el número de horas que los estudiantes repetidores dicen dedicar a una asignatura incluyen las convocatorias anteriores.
- aumentar la participación de los estudiantes (mayor número de respuestas).

3.3 Resultados (ver Anexo ECTS-2)

En general el número de respuestas obtenidas es bajo, lo cual limita la significación de los datos. A pesar de ello es posible extraer algunas características generales, en las que cabe destacar lo siguiente:

- Es frecuente la discrepancia entre las horas de trabajo estimadas por los profesores y las dedicadas por los estudiantes.
- Hay asignaturas que parecen requerir un volumen de trabajo personal de los estudiantes superior al resto.

En ocasiones, esto podría explicarse por tener la asignatura alguna característica específica, como puede ser la necesidad de utilizar el ordenador. Sería el caso de las asignaturas de Análisis Numérico de varias de las Universidades, y estas características específicas deberían tomarse en cuenta a la hora de asignar créditos ECTS a dichas asignaturas.

Pero otras veces, la necesidad de dedicar más horas a una asignatura parece deberse más bien a algún error de diseño (contenidos excesivos y/o no adaptados al nivel de los estudiantes,...). Ejemplos de esta situación parecerían ser Geometría I en la UAM, Análisis de varias variables reales en la UC o Ecuaciones diferenciales ordinarias en la USC.

3.4 Ejemplos de asignación de créditos para Matemáticas en la UAM

Se presentan a continuación dos métodos para llevar a cabo dicha asignación. El primero de ellos, que no consideramos aconsejable, está basado directamente en la estimación del volumen total de trabajo del estudiante, tal y como se refleja en las encuestas. El segundo, basado en la guía docente, asigna factores a cada materia que relacionan el número de horas presenciales y el número de horas de trabajo personal del estudiante.

Aunque no se aprecian diferencias notables entre la media de horas de estudio del total de los estudiantes (incluidos quienes suspenden) y la de los que superan la asignatura, nuestra referencia van a ser los datos de los estudiantes que superan cada asignatura de la licenciatura de Matemáticas en la Universidad Autónoma de Madrid.

Primer curso

Asignatura	Créditos españoles	Horas presenciales	Media horas estudio aprobados	Horas totales (presencial + estudio)	Horas estudio por hora presencial	Horas totales por crédito europeo
Cálculo I	12	84	144	228	1,7	24
Conjuntos y Números	12	84	142	226	1,7	24
Álgebra Lineal	12	84	143	227	1,7	24
Cálculo II	12	84	127	211	1,5	22
Geometría I	12	84	245	329	2,9	34
Informática	10	98	137	235	1,4	29
Libre elección	5	50	50	100	1	25
Total	75	568		1556		

Segundo Curso

Asignatura	Créditos españoles	Horas presenciales	Media horas estudio aprobados	Horas totales (presencial + estudio)	Horas estudio por hora presencial	Horas totales por crédito europeo
Cálculo III	8	56	140	196	2,5	31
Cálculo Numérico I	10	98	240	338	2,5	42
Probabilidad I	10	77	129	206	1,7	26
E.D.O.	8	56	158	214	2,8	33
Topología	8	56	154	210	2,7	33
Geometría II	8	56	147	203	2,6	32
Modelización I	8	56	98	154	1,8	24
Física	8	56	146	202	2,6	32
Libre elección	7	70	70	140	1,0	25
Total	75	581		1862		

Los resultados de la encuesta en la UAM sugieren que:

- El primer curso, con 7 asignaturas, requiere un volumen razonable de trabajo para el estudiante (entre 1500 y 1600 horas).
- El segundo curso, con 9 asignaturas, requiere excesivo trabajo por parte del estudiante (más de 1700 horas, con una dedicación media de 2'5 horas de estudio por hora presencial en cada asignatura). Habría que disminuir el número de asignaturas (lo que supondría aumentarlo en otro curso) o cambiar la metodología (lo más correcto), sustituyendo clases teóricas por clases de problemas, para no superar las 2 horas de estudio por hora presencial.
- Geometría I, debido a un mal diseño (que se está corrigiendo), es una asignatura a la que los estudiantes dedican muchas más horas que al resto (casi 3 horas de estudio por hora presencial), a menudo a lo largo de varias convocatorias.
- En la asignatura de Informática se imparten más horas presenciales de prácticas con ordenador (56 horas) que teóricas (42 horas), lo que hace que los estudiantes no tengan que dedicarle muchas más horas de estudio fuera del aula (1'4 horas de estudio por hora presencial).
- En Cálculo Numérico I también ocurre que se imparten más horas presenciales de prácticas con ordenador (56 h) que teóricas (42 h), pero en esta asignatura los estudiantes dedican 2'5 horas de estudio por cada hora presencial, excesivas como en otras asignaturas de segundo curso. En Cálculo Numérico I hay tres tipos de trabajo: estudio de la teoría, resolución de problemas y realización de prácticas en ordenador. A diferencia que en Informática, las prácticas apenas están conectadas a la teoría y los problemas (a la materia de examen), de manera que en realidad añaden trabajo extra. Probablemente un cambio de metodología en las clases teóricas como el expresado anteriormente para las asignaturas de segundo curso corregiría el exceso de horas de estudio por hora presencial.
- La estimación de los profesores no puede ser la única referencia que se utilice para determinar el volumen de trabajo de los estudiantes, ya que en la mayoría de los casos

sus estimaciones discrepan de las de los alumnos (véase por ejemplo Geometría I, Cálculo Numérico I o Física).

Modelo 1: basado en el volumen total de trabajo del estudiante reflejado en las encuestas (no aconsejable)

En una asignación de créditos basada en las horas totales (horas presenciales más horas de estudio personal) que dedican los estudiantes que superan la asignatura habría que calcular la proporción de trabajo que requiere cada asignatura en relación con el curso completo y multiplicarlo por 60:

$$\frac{\text{volumen de trabajo de aprobados en la asignatura}}{\text{volumen de trabajo del curso completo}} \times 60$$

Esta cantidad es lo que en la tabla aparece como "Proporción". Para quitar los decimales se redondea a la alta o a la baja según se crea más adecuado.

Primer curso

Asignatura	Créditos españoles	Créditos españoles normalizados a 60	Horas totales aprobados	Proporción	Propuesta créditos europeos
Cálculo I	12	9,6	228	8,81	9
Conjuntos y Números	12	9,6	226	8,73	9
Álgebra Lineal	12	9,6	227	8,75	9
Cálculo II	12	9,6	211	8,14	9
Geometría I	12	9,6	329	12,67	11
Informática	10	8	235	9,05	9
Libre elección	5	4	100	3,86	4
Total	75	60	1556		60

Segundo curso

Asignatura	Créditos españoles	Créditos españoles normalizados a 60	Horas totales aprobados	Proporción	Propuesta Créditos europeos
Cálculo III	8	6,4	196	6,30	6,5
Cálculo Numérico I	10	8	338	10,90	11
Probabilidad I	10	8	206	6,62	6,5
E.D.O.	8	6,4	214	6,89	7
Topología	8	6,4	210	6,75	6,5
Geometría II	8	6,4	203	6,54	6,5
Modelización I	8	6,4	154	4,97	5
Física	8	6,4	202	6,52	6,5
Libre elección	7	5,6	140	4,51	4,5
Total	75	60	1862	60	60

Esta asignación de créditos no es aconsejable ya que no hay razones académicas que justifiquen estas diferencias tan grandes en el volumen de trabajo de las asignaturas. La comparación de las encuestas realizadas en distintas universidades no confirma el hecho de que la dificultad esté en la materia en sí misma, si no en su plasmación concreta en una universidad. Aplicar el resultado de las encuestas directamente no haría más que consolidar las situaciones presuntamente patológicas reflejadas en ella.

Las estimaciones de los estudiantes deben servir para detectar (y corregir) anomalías en asignaturas concretas, pero no para asignar créditos.

Modelo 2: basado en la guía docente

Cada asignatura, según su dificultad y metodología docente adoptada, requerirá diferente volumen de trabajo del estudiante. Las horas presenciales y las horas de trabajo personal del estudiante están relacionadas por un factor, reflejado en el primer cuadro de este apartado, aunque éste no es el mismo para todas las materias.

Las asignaturas de primer curso, excepto Informática, además de cuatro horas semanales de teoría, incluyen dos horas de problemas para facilitar el trabajo a los estudiantes. Esto hace que se necesite alrededor de 1'7 horas de estudio por cada hora presencial. Geometría I, tal y como está diseñada actualmente, requiere mayor dedicación que las otras asignaturas. Creemos que lo razonable sería 1'9 horas de estudio por hora presencial. En la asignatura de Informática, por sus contenidos y objetivos, la teoría y la práctica se complementan y requiere menos horas de trabajo personal por hora presencial (factor 1'5).

En segundo curso, en cambio, se reducen las horas presenciales de cada asignatura (eliminando las clases de problemas) para que los estudiantes dispongan de más tiempo para el estudio personal. La ausencia de clases de resolución de problemas incrementa la dedicación a 2'5 horas de estudio por hora presencial. Como se ha dicho anteriormente creemos necesario un cambio metodológico para que el factor horas estudio / horas presenciales no sea superior a 2. En Cálculo Numérico I y Probabilidad I hay que diferenciar las horas de teoría de las de prácticas, las primeras con un factor 1'7, menor que en las asignaturas sólo teóricas porque el tiempo dedicado a las prácticas ayuda a la comprensión de la teoría, y las segundas con un factor 1'5 como en Informática.

Cálculo I

Conjuntos y Números 84 h presenciales x factor 1'7 = 143 h estudio;
 Álgebra Lineal 143 h estudio + 84 h presenciales = aprox. **225** h totales
 Cálculo II

Geometría I 84 h presenciales x factor 1'9 = 165 h estudio
 165 h estudio + 84 presenciales = aprox. **250** h totales

Informática 98 h presenciales x factor 1'5 = 147 h estudio
 147 h estudio + 98 h presenciales = aprox. **250** h totales

Cálculo III

E.D.O.

Topología 56 h presenciales x factor 2 = 112 h estudio
 Geometría II 112 h estudio + 56 h presenciales = aprox. **175** h totales

Física

Modelización I

Cálculo Numérico I 42 h presenciales teoría x factor **1'7** = 72 h estudio teoría
 56 h presenciales prácticas x factor **1'5** = 84 h estudio práctica
 72 + 84 h estudio + 98 h presenciales = aprox. **250** h totales

Probabilidad I 56 h presenciales teoría x factor **1'7** = 95 h estudio teoría
 21 h presenciales práctica x factor **1'5** = 30 h estudio práctica
 95 + 30 h estudio + 77 h presenciales = aprox. **210** h totales

Primer curso

Asignatura	Créditos españoles	Horas totales guía docente	Proporción	Propuesta créditos europeos	Horas totales por crédito europeo
Cálculo I	12	225	9	9	25
Conjuntos y Números	12	225	9	9	25
Álgebra Lineal	12	225	9	9	25
Cálculo II	12	225	9	9	25
Geometría I	12	250	10	10	25
Informática	10	250	10	10	25
Libre elección	5	100	4	4	25
Total	75	1500		60	

Segundo curso

Asignatura	Créditos españoles	Horas totales guía docente	Proporción	Propuesta créditos europeos	Horas totales por crédito europeo
Cálculo III	8	175	6,5	6,5	26,9
Cálculo Numérico I	10	250	9,3	9	26,3
Probabilidad I	10	210	7,8	8	26,3
E.D.O.	8	175	6,5	6,5	26,9
Topología	8	175	6,5	6,5	26,9
Geometría II	8	175	6,5	6,5	26,9
Modelización I	8	175	6,5	6,5	25,0
Física	8	175	6,5	6,5	26,9
Libre elección	7	100	3,7	4,0	25,0
Total	75	1610	60	60	

4. Guía docente

La aplicación del ECTS implica centrar la formación en el aprendizaje y la adquisición de competencias y destrezas, valorando adecuadamente el esfuerzo requerido y la calidad del aprendizaje de los estudiantes. Para ello es necesario:

Primero, desarrollar una guía docente que describa, para cada materia:

- objetivos
- contenidos mínimos
- destrezas a adquirir
- metodología de enseñanza
- sistema de evaluación del aprendizaje
- tiempo de estudio personal que debe dedicar un estudiante medio para superarla

Segundo, crear mecanismos de seguimiento de la puesta en práctica de la guía docente y que proporcionen información que permita mejorarla.

Uno de los objetivos de la declaración de Bolonia es *"promover la cooperación europea en garantía de calidad mediante el desarrollo de metodologías y criterios comparables"*. La guía docente es una herramienta para alcanzar este objetivo ya que proporciona transparencia, aportando información cualitativa (además de cuantitativa) sobre la titulación.

La guía docente debe ser pública y conocida por los estudiantes.

4.1 No hay enseñanza si no hay aprendizaje

Parece necesario un cambio hacia una metodología docente que no lleve al estudiante a posiciones quietistas, y un cambio en la actitud del estudiante frente a su aprendizaje. La implantación del Sistema Europeo de Créditos puede ayudar a reorientar pedagógicamente las enseñanzas, al obligar a definir con detalle objetivos y destrezas de las materias, y aportar transparencia.

Las estrategias de aprendizaje no sólo deben centrarse en el desarrollo de destrezas matemáticas básicas, como el razonamiento abstracto, la deducción lógica y la resolución de problemas, es igualmente importante desarrollar otros aspectos como la capacidad de aprender de forma independiente, de transferir conocimientos de un contexto a otro o de comunicar resultados de manera clara, por mencionar algunos.

Las clases destinadas a la resolución de problemas son una ocasión inmejorable para fomentar la participación de los estudiantes y el intercambio de ideas entre ellos.

4.2 La importancia de la evaluación del aprendizaje

La actitud del estudiante frente a su aprendizaje depende en gran parte de la evaluación. En los sistemas de evaluación del aprendizaje basados exclusivamente en un único examen a final del cuatrimestre los estudiantes suelen posponer el trabajo hasta los últimos días antes del examen mientras que, cuando la evaluación es más continua, tienen que realizar un trabajo más constante.

Siguiendo la línea de la formación centrada en el aprendizaje, y en consonancia con lo que se hace en algunos países europeos, nos atrevemos a sugerir una reflexión sobre la

posibilidad de introducir algunas novedades en los sistemas tradicionales de evaluación.

Por una parte, se podría pensar en un sistema de evaluación basado en controles frecuentes (como que el estudiante tenga que resolver problemas propuestos por el profesor y entregarlos periódicamente, realizar trabajos o prácticas en ordenador, individuales o en grupo, preparar y exponer temas, exámenes cortos, etc.) que cuenten para la nota final pero que no supongan excesivo trabajo para el profesor. Si esta evaluación continua es superada, entonces se permitiría la realización del examen final.

Por otra, sería interesante meditar sobre la conveniencia de sustituir los exámenes independientes de asignaturas por exámenes de bloques de asignaturas (por ejemplo, un solo examen para las asignaturas de cada cuatrimestre, en el que el estudiante tenga que relacionar los conceptos y destrezas adquiridos a lo largo del cuatrimestre) y en los cuales sería posible la compensación entre asignaturas. Así se superaría o suspendería todo el bloque, aunque en cada asignatura se obtendría una nota individual.

La capacidad de expresión oral y escrita debe reforzarse a lo largo de la carrera, y debe formar parte del sistema de evaluación del aprendizaje en los últimos cursos.

4.3 Ejemplo: posible planificación de una asignatura de “Ecuaciones Diferenciales Ordinarias”.

Asignatura

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Horas presenciales teóricas: 42
 de problemas: 14
 de prácticas con ordenador: $7 \times 1'5 = 10'5$

Horas no presenciales: 110 (7 h a la semana, 3 h de teoría y 4 h de problemas/ prácticas, + 12 h preparación del examen final)

Horas de evaluación: $1'5 \text{ h} \times 4 \text{ controles periódicos} = 6 \text{ horas}$

Total volumen de trabajo: 182'5 horas

Objetivos de la asignatura

- Conocer y saber utilizar los conceptos y los resultados clásicos relacionados con las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, con especial énfasis en el caso lineal.
- Comprender la imposibilidad de resolver de manera exacta (mediante fórmulas) todas las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) y la necesidad de utilizar métodos numéricos y/o enfoques cualitativos (teóricos) para su resolución.
- Conocer la relación entre los problemas reales y su modelo matemático en términos de EDO.

Contenidos

- Interpretación de la derivada de una función en sentido geométrico (pendiente de una curva) y en sentido físico (velocidad).
- Ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). Problema de Cauchy: ejemplos con solución única, sin solución y con infinitas soluciones.
- EDO lineales de primer orden. EDO homogénea. EDO no homogénea: método de variación de constantes y método de coeficientes indeterminados.

- EDO no lineales de primer orden. EDO reducibles a lineales: Ecuaciones de Bernoulli y Riccati. Ecuaciones de variables separadas y reducibles a ellas. Ecuaciones exactas. Factores integrantes.
- EDO lineales de segundo orden. Espacio vectorial de las soluciones de la EDO homogénea: soluciones linealmente independientes (wronskiano). EDO con coeficientes constantes: polinomio característico. EDO con coeficientes variables: método de serie de potencias. Reducción de orden.
- Sistemas de EDO lineales de primer orden. Espacio vectorial de las soluciones del sistema homogéneo. Sistemas con coeficientes constantes: exponencial de una matriz. Sistemas no homogéneos: método de variación de constantes y método de coeficientes indeterminados.
- Teoremas de existencia y unicidad de solución para problemas de Cauchy. Condición de Lipschitz. Soluciones aproximadas: Iterantes de Picard.
- Sistemas autónomos. Plano de fases.
- Aplicaciones de las EDO: modelos de población de Malthus y logístico, problemas de enfriamiento, desintegración radioactiva, vibraciones en sistemas mecánicos, modelos en biología (ecuación de Volterra).

Destrezas a adquirir

- Distinguir los diferentes tipos de EDO.
- Conocer los principales métodos para resolver EDO.
- Aplicar correctamente los métodos para resolver EDO sencillas.
- Extraer información cualitativa de las soluciones de una EDO, sin necesidad de resolverla (crecimiento, concavidad, ...).
- Utilizar algún software de cálculo simbólico para resolver EDO.
- Utilizar algún software para resolver numéricamente problemas de Cauchy asociados a EDO.
- Analizar teóricamente un problema de Cauchy y concluir que tiene solución única en casos donde se verifica la condición de Lipschitz.
- Traducir algunos problemas "reales" (sacados de la Física, Química, Biología, etc...) en términos de EDO.

Temario (con planificación temporal)

Tema 1. Introducción a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias: Concepto. Interpretación geométrica. Modelos. Ecuaciones lineales/no lineales. Problema de valores iniciales. (1 semana)

Tema 2. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer orden: Variables separadas, lineales, homogéneas y reducibles a ellas. Exactas: Factor integrante. (2 semanas)

Tema 3. Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior. Caso con coeficientes constantes. Método de los coeficientes indeterminados. Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con coeficientes variables: Soluciones en forma de serie de potencias. Métodos numéricos: método de Euler y Euler mejorado. (3 semanas)

Tema 4. Teorema de Arzela-Ascoli. Soluciones aproximadas: Poligonales de Euler. Desigualdad de Gronwall. Condición de Lipschitz. Teoremas de existencia y unicidad de solución: Teoremas de Cauchy-Peano y Picard. Iterantes de Picard. Prolongación de soluciones. Soluciones maximales. Dependencia continua y diferenciabilidad respecto de los datos iniciales. (3 semanas)

Tema 5. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales. Métodos matriciales. (2 semanas)

Tema 6. Sistemas autónomos. Trayectorias. Plano de fases. Concepto de estabilidad de un punto crítico. Método directo de Liapunov: estabilidad, estabilidad asintótica, inestabilidad. (2 semanas)

Bibliografía de referencia

- W. E. Boyce, R. C. DiPrima "Ecuaciones Diferenciales Elementales y Problemas con Valores en la Frontera" Limusa, 1998.
- M. Braun "Ecuaciones Diferenciales y sus Aplicaciones" Grupo Editorial Iberoamericano, 1990.
- C. H. Edwards, D. E. Penney "Ecuaciones Diferenciales Elementales con Aplicaciones" Prentice-Hall Hispanoamericana, 1986.
- G. F. Simmons "Ecuaciones Diferenciales" Mc. Graw-Hill, 1993.

Conocimientos previos necesarios

Derivación e integración en una y varias variables. Diagonalización de matrices. Convergencia de series de funciones.

Metodología

3 horas de teoría y 1 hora de problemas a la semana. En las clases de problemas los estudiantes corregirán en la pizarra los problemas propuestos. Cada dos semanas habrá una sesión de una hora y media en el aula de ordenadores donde se aprenderá a utilizar software de cálculo simbólico aplicado a las ecuaciones diferenciales.

Evaluación del aprendizaje

Cada semana se pondrá a disposición de los estudiantes una hoja con 4 o 5 problemas que deberá ser trabajada (individualmente o en grupos de, a lo sumo, dos personas) y entregada a la semana siguiente. Los problemas entregados por cada estudiante serán corregidos y puntuados, de 0 a 10, por estudiantes de cursos más avanzados (que recibirán créditos de libre elección y beca económica por esta tarea).

Cada cuatro semanas se realizará un control del aprendizaje (examen, exposición de un tema o entrega de un trabajo,...) en el que se evaluará siempre el temario visto desde el primer día de clase. Se hará hincapié en las conexiones entre las asignaturas del cuatrimestre (Cálculo III, Cálculo Numérico I, Probabilidad I y EDO). Todos los controles periódicos contarán igual para la nota final.

Los estudiantes que obtengan al menos el 50% de los puntos en los problemas y un 5 de media en los controles periódicos superarán la asignatura. Para aquellos estudiantes que no alcancen el nivel exigido habrá un sistema de compensación consistente en un examen final conjunto con las asignaturas de Cálculo III, Cálculo Numérico I y Probabilidad I.

5. Conclusiones

El sistema europeo de créditos proporciona un procedimiento estandarizado de medida y comparación del aprendizaje en diferentes contextos, aportando información cualitativa sobre el aprendizaje. Su implantación supone centrar la enseñanza en lo que se aprende y cuánto esfuerzo requiere ese aprendizaje, y hace necesaria la elaboración de guías docentes de cada titulación y cambios en la metodología docente.

Las encuestas dirigidas a estudiantes y profesores aportan información sobre el esfuerzo que requiere el aprendizaje y sirven para detectar anomalías (son un mecanismo de seguimiento), pero no pueden ser la base para la asignación de créditos. Ésta debe hacerse conforme a la guía docente.

El sistema de evaluación del aprendizaje es importante ya que determina en gran parte la actitud del estudiante frente a su aprendizaje y debe planificarse en la guía docente.

6. Referencias

- Declaración de Bolonia, 1999 www.esib.org
- *El ámbito europeo de la enseñanza superior. Informe de situación y programa de acciones piloto en la Comunidad de Madrid*, Carmen Ruiz-Rivas Hernando, junio 2002
- *ECTS Guía del usuario*, Comisión Europea, 1998
<http://europa.eu.int/comm/education/socrates/usersg.html>
- *The Benchmark document on Mathematics, Statistics and Operational Research*, de la UK Quality Assurance Agency for Higher Education, 2002
www.qaa.ac.uk/cnrtwork/benchmark/phase2/mathematics.pdf
- *Modalisierung in Hochschulen*, Cuaderno 101, Bund-Länder Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung (Bund-länder Commission for educational planning and research promotion) www.blk-bonn.de
- Guía para el plan docente de la Diplomatura en Turismo de la Universidad de Barcelona

7. Apéndices

7.1 Apéndice ECTS-1: Formularios encuesta UAM

ENCUESTA ECTS - Estudiantes

El Departamento de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Madrid participa en el “Proyecto de Convergencia Europea en Matemáticas”, cuyo objetivo es facilitar e impulsar la armonización de la carrera de Matemáticas en las diferentes universidades europeas. Dentro de este proyecto se está trabajando en los créditos **ECTS** (European Credit Transfer System), un sistema desarrollado por la Comisión Europea para medir el aprendizaje de la misma manera en toda la UE y que haga más fácil estudiar en otro país. Los créditos **ECTS** reflejan la carga de trabajo que se exige al estudiante para superar cada asignatura (clases, prácticas, seminarios, **trabajo personal**, exámenes,...). 60 créditos **ECTS** representan un curso académico completo.

Para este proyecto te pedimos una estimación lo más aproximada posible del tiempo total invertido en cada asignatura de primer ciclo de la que te hayas examinado (tanto si la aprobaste como si no). Dentro del tiempo invertido debes contar el tiempo dedicado a las siguientes actividades, siempre que guarden relación con la asignatura:

- estudiar, ya sea de forma individual o en grupo
- pasar apuntes
- hacer problemas
- realizar los exámenes
- preparar trabajos para exponer en clase o para entregar
- hacer las prácticas
- utilizar el ordenador para preparar o para buscar material docente
- hacer gestiones en la biblioteca, en la fotocopidora, etc.

y, en general, el tiempo dedicado a cualquier actividad relacionada con la asignatura **excepto** la asistencia a clase y los desplazamientos (de casa a la facultad, por ejemplo)

Observación: Un cuatrimestre consta de 14 semanas lectivas. Intenta estimar el número de horas que dedicaste a la asignatura cada semana y luego súmalas. También debes añadir el tiempo que dedicaste a estudiar durante los periodos no lectivos (fin de semana, vacaciones, periodo de exámenes). La encuesta es anónima y sólo se utilizarán los datos promediados.

Asignatura	Calificación obtenida	Convocatoria * (1ª, 2ª,...)	Número de horas
Cálculo I			
Conjuntos y Números			
Álgebra lineal			
Cálculo II			
Geometría I			
Informática			
Cálculo III			
Cálculo Numérico I			
Probabilidad I			
Ec. Diferenciales Ordinarias			
Topología			
Geometría II			
Modelización I			
Física para Matemáticos			

* Convocatoria en la que aprobaste o en la que te encuentras

Muchas gracias.

Encuesta ECTS - Profesores

Querido/a ... :

El Departamento de Matemáticas participa en el "Proyecto de Convergencia Europea en Matemáticas", cuyo objetivo es facilitar e impulsar la armonización de la carrera de Matemáticas en las diferentes universidades europeas. Dentro de este proyecto se está trabajando en los créditos **ECTS** (European Credit Transfer System), un sistema desarrollado por la Comisión Europea para medir el aprendizaje de la misma manera en toda la UE y que haga más fácil estudiar en otro país. Los créditos **ECTS** reflejan la carga de trabajo que se exige al estudiante para superar cada asignatura (clases, prácticas, seminarios, **trabajo personal**, exámenes,...). 60 créditos **ECTS** representan un curso académico completo.

Para este proyecto te pedimos una estimación del número de horas que un estudiante medio debería dedicar **fuera de clase** a la asignatura que impartes para superarla.

Asignatura: ...

	Número de horas a la semana	Número de horas en todo el cuatrimestre
Estudiar la teoría		
Hacer los problemas		
Preparar prácticas/trabajos obligatorios		
Preparar prácticas/trabajos opcionales		
Otros (pasar apuntes, gestiones en la biblioteca, en la fotocopidora,...)		

Observación: Un cuatrimestre consta de 14 semanas lectivas. Indica el número de horas a la semana o en todo el cuatrimestre según sea más fácil de estimar. No olvides tener en cuenta el tiempo que se debería dedicar a la asignatura durante los periodos no lectivos (fines de semana, vacaciones, periodo de exámenes).

Muchas gracias.

**7.2 Apéndice ECTS-2: Resultados encuesta
 UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BARCELONA**

Primer Curso (1er semestre)

Asignatura	Horas aula	Media horas estudio alumnos		Total horas aula + estudio alumnos
		todos	Sólo aprob	
Introducción al Álgebra Lineal	75	57,46	58,16	132,46
Cálculo Infinitesimal	75	76,15	77,19	151,15
Matemática Discreta	60	59,55	62,50	119,55
Informática	60	41,59	43,28	101,59
Prácticas Integradas	30	16,90	13,63	46,90
Total	300	251,65		551,65

Segundo Curso

Asignatura	Horas aula	Media horas estudio alumnos		Total horas aula + estudio alumnos
		todos	Sólo aprob	
Análisis Matemático I	90	82,59	60,75	172,59
Geometría Lineal	75	57,46	58,77	132,46
Elementos de Física	75	45,15	46,25	120,15
Métodos Numéricos (1er sem.)	60	43,29	55,63	103,29
Análisis Matemático II	90	91,82	78,46	181,82
Geometría Proyectiva	75			75
Fundamentos de Álgebra	90	103,18	93,89	193,18
Total	555	423,48		978,48

Tercer Curso

Asignatura	Horas aula	Media horas estudio alumnos		Total horas aula + estudio alumno
		todos	Sólo aprob	
Análisis vectorial	60			
Probabilidad	75	86,00	91,32	161,00
Topología I	75	87,26	89,40	162,26
Modelos con Ec. Diferenciales	75			
Geometría diferencial	75			
Estadística	90			
Análisis complejo	75			
Ecuaciones diferenciales	75	95,75	112,00	170,75

Cuarto y Quinto Curso

Asignatura	Horas aula	Media horas estudio alumnos		Total horas aula + estudio alumno
		todos	sólo aprob	
Análisis Real y Funcional	90	103,08	106,90	193,08
Topología II	60	86,53	91,38	146,53
Álgebra	90			
Cálculo Numérico	90	173,70	184,11	263,70
Análisis de Fourier y EDP	90	106,25	106,25	196,25
Geometría de variedades	60			

TIEMPO MEDIO DE ESTUDIO POR ASIGNATURA Y CALIFICACIÓN

Primer Curso (1er semestre)

Asignatura \ Calificación	Suspense		Aprobado		Not / Sobr / MH	
	nº resp	horas	nº resp	horas	nº resp	horas
Introducción al Álgebra Lineal	16	56,63	14	59,64	5	54,00
Cálculo Infinitesimal	28	75,18	20	78,50	6	72,83
Matemática Discreta	16	56,59	8	64,13	8	60,88
Informática	7	35,57	20	45,35	5	35,00
Prácticas Integradas	20	22,15	23	14,52	9	11,33

Segundo Curso

Asignatura \ Calificación	Suspense		Aprobado		Not / Sobr / MH	
	nº resp	horas	nº resp	horas	nº resp	horas
Análisis Matemático I	13	89,31	4	60,75	0	
Geometría Lineal	1	43,00	0		11	58,77
Elementos de Física	13	43,46	16	49,31	4	34,00
Métodos Numéricos (1er sem.)	6	26,83	4	52,50	4	58,75
Análisis Matemático II	9	111,11	11	74,55	2	100,00
Geometría Proyectiva						
Fundamentos de Álgebra	2	145,00	4	108,50	5	82,20

Tercer Curso

Asignatura \ Calificación	Suspense		Aprobado		Not / Sobr / MH	
	nº resp	horas	nº resp	horas	nº resp	horas
Análisis vectorial	8	69,38	12	95,50	13	87,46
Probabilidad	4	79,25	11	78,45	4	119,50
Topología I						
Modelos con Ec. Diferenciales						
Geometría diferencial						
Estadística						
Análisis complejo						
Ecuaciones diferenciales	7	65,57	10	110,60	3	116,67

Cuarto y Quinto Curso

Asignatura \ Calificación	Suspense		Aprobado		Not / Sobr / MH	
	nº resp	horas	nº resp	horas	nº resp	horas
Análisis Real y Funcional	14	100,36	7	112,71	3	93,33
Topología II	3	60,67	11	101,27	5	69,60
Álgebra						
Cálculo Numérico	1	80,00	5	199,00	4	165,50
Análisis de Fourier y EDP	0		3	101,67	1	120,00
Geometría de variedades						

RESUMEN DE LOS RESULTADOS DE LOS ALUMNOS QUE SUPERAN LA ASIGNATURA

Primer curso (1er semestre)

Asignatura	Créditos asignatura	Horas de contacto	Número de encuestados	Media horas Estudio aprobados	Horas totales (contacto+estudio)	Horas totales por crédito
Introducción al Álgebra Lineal	7,5	75	19	58,16	133,16	18
Cálculo Infinitesimal	7,5	75	26	77,19	152,19	20
Matemática Discreta	6	60	16	62,50	122,50	20
Informática	6	60	25	43,28	103,28	17
Prácticas Integradas	3	30	32	13,63	43,63	15

Segundo curso

Asignatura	Créditos asignatura	Horas de contacto	Número de encuestados	Media horas Estudio aprobados	Horas totales (contacto+estudio)	Horas totales por crédito
Análisis Matemático I	9	90	4	60,75	150,75	17
Geometría Lineal	7,5	75	11	58,77	133,77	18
Elementos de Física	7,5	75	20	46,25	121,25	16
Métodos Numéricos (1er sem.)	6	60	8	55,63	115,63	19
Análisis Matemático II	9	90	13	78,46	168,46	19
Geometría Proyectiva	7,5	75	0			
Fundamentos de Álgebra	9	90	9	93,89	183,89	20

Tercer curso

Asignatura	Créditos asignatura	Horas de contacto	Número de encuestados	Media horas Estudio aprobados	Horas totales (contacto+estudio)	Horas totales por crédito
Análisis vectorial	6	60	0			
Probabilidad	7,5	75	25	91,32	166,32	22
Topología I	7,5	75	15	89,4	164,4	22
Modelos con Ec. Diferenciales	7,5	75	0			
Geometría diferencial	7,5	75	0			
Estadística	9	90	0			
Análisis complejo	7,5	75	0			
Ecuaciones diferenciales	7,5	75	13	112	187	25

Cuarto y Quinto curso

Asignatura	Créditos asignatura	Horas de contacto	Número de encuestados	Media horas Estudio aprobados	Horas totales (contacto+estudio)	Horas totales por crédito
Análisis Real y Funcional	9	90	10	106,90	196,90	22
Topología II	6	60	16	91,38	151,38	25
Álgebra	9	90	0			
Cálculo Numérico	9	90	9	184,11	274,11	30
Análisis de Fourier y EDP	9	90	4	106,25	196,25	22
Geometría de variedades	6	60	0			

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

Primer curso

Además habría que añadir 5 créditos de libre elección

Asignatura	Horas aula Teoría	Horas aula problemas/ práct	Media horas estudio alumnos		Horas estudio profesores	Total horas aula + estudio alumno
			todos	Sólo aprob		
Cálculo I	56	28	144,1	144,4	266	228,1
Conjuntos y Números	56	28	142,4	142,4	140	226,4
Álgebra Lineal	56	28	152,7	142,9	115,5	236,7
Cálculo II	56	28	120,7	127,1	117,5	204,7
Geometría I	56	28	238,3	244,5	142	322,3
Informática	42	56	136,8	136,8	98	234,8
Total	322	196	935		879	1453

Segundo curso

Además habría que añadir 7 créditos de libre elección

Asignatura	Horas aula teoría	Horas aula problemas/ práct	Media horas estudio alumnos		Horas estudio profesores	Total horas aula + estudio alumno
			todos	Sólo aprob		
Cálculo III	56	0	139,5	139,5	100,5	195,5
Cálculo Numérico I	42	56	240,4	240,4	140	338,4
Probabilidad I	56	21	120,5	128,5	105,5	197,5
E.D.O.	56	0	152	157,8	210	208
Topología	56	0	153,1	153,6	147,5	209,1
Geometría II	56	0	146,9	146,9	89	202,9
Modelización I	56	0	98,3	98,3	110	154,3
Física	56	0	146,4	146,4	60,5	202,4
Total	434	77	1197,1		963	1708,1

TIEMPO MEDIO DE ESTUDIO POR ASIGNATURA Y CALIFICACIÓN

Primer Curso

Asignatura \ Calificación	Suspenso		Aprobado		Notable / Sobresal / MH	
	nº respuestas	Tiempo medio	nº respuestas	Tiempo medio	nº respuestas	tiempo medio
Cálculo I	1	140	6	132,5	8	153,3
Conjuntos y Números	0	0	5	112	9	159,2
Álgebra Lineal	1	280	5	132	8	149,8
Cálculo II	1	50	8	123,5	3	136,7
Geometría I	1	170	5	118	6	350
Informática	0	0	9	140	2	122,5

Segundo Curso

Asignatura \ Calificación	Suspenso		Aprobado		Notable / Sobresal / MH	
	nº respuestas	Tiempo medio	nº respuestas	Tiempo medio	nº respuestas	tiempo medio
Cálculo III	0	0	6	125,8	4	160
Cálculo Numérico I	0	0	5	202	7	267,9
Probabilidad I	1	40	8	134,4	2	105
E.D.O.	1	100	6	153,3	3	166,7
Topología	1	150	3	163,3	4	146,3
Geometría II	0	0	6	164,2	2	95
Modelización I	0	0	4	105	5	93
Física	0	0	4	120	3	181,7

RESUMEN DE LOS RESULTADOS DE LOS ALUMNOS QUE SUPERAN LA ASIGNATURA

Primer curso

Asignatura	Créditos asignatura	Horas de contacto	Número de encuestados	Media horas estudio aprobados	Horas totales (contacto+estudio)	Horas totales por crédito
Cálculo I	12	84	14	144,36	228,36	19
Conjuntos y Números	12	84	14	142,36	226,36	19
Álgebra Lineal	12	84	13	142,92	226,92	19
Cálculo II	12	84	11	127,09	211,09	18
Geometría I	12	84	11	244,55	328,55	27
Informática	10	98	11	136,82	234,82	23

Segundo Curso

Asignatura	Créditos asignatura	Horas de contacto	Número de encuestados	Media horas estudio aprobados	Horas totales (contacto+estudio)	Horas totales por crédito
Cálculo III	8	56	10	139,50	195,50	24
Cálculo Numérico I	8	98	12	240,42	338,42	42
Probabilidad I	8	77	10	128,50	205,50	26
E.D.O.	8	56	9	157,78	213,78	27
Topología	8	56	7	153,57	209,57	26
Geometría II	8	56	8	146,88	202,88	25
Modelización I	8	56	9	98,33	154,33	19
Física	8	56	7	146,43	202,43	25

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
Primer Curso

Asignatura	Horas aula	Media horas estudio alumnos			Total horas aula + estudio alumnos (todos)
		todos	sólo aprob	sólo susp	
Álgebra Básica 1	70	104,83	123,92	66,67	174,83
Álgebra Básica 2	70	107,22	152	51,25	177,22
Análisis de una variable real	70	101,16	99,67	106,75	171,16
Ampliación de análisis de una variable real	84	120,00	120,00		204,00
Geometría básica	56	87,32	88,50	84,00	143,32
Informática	84	71,32	91,92	26,67	155,32
Estadística básica	56	54,63	60,29	15,00	110,63
Álgebra Lineal 1	70	167,22	185,00	25,00	237,22
Total	588	813,69			1401,69

Segundo Curso

Asignatura	Horas aula	Media horas estudio alumnos			Total horas aula + estudio alumnos (todos)
		todos	sólo aprob	sólo susp	
Cálculo Numérico 1	56	91,25	143,50	39,00	147,25
Álgebra Lineal 2	70	133,33	210,00	56,67	203,33
Cálculo de Probabilidad	70	83,88	83,88		153,88
Análisis de varias variables reales	84	254,29	228,00	320,00	338,29
Teoría de grupos					
Ampliación de An. V. Var. Reales					
Topología					
Inferencia estadística					

TIEMPO MEDIO DE ESTUDIO POR ASIGNATURA Y CALIFICACIÓN

Primer Curso

Asignatura \ Calificación	Suspenso		Aprob / Not / Sobresal / MH	
	nº respuestas	horas	nº respuestas	Horas
Álgebra Básica 1	6	66,67	12	123,92
Álgebra Básica 2	4	51,25	5	152
Análisis de una variable real	4	106,75	15	99,67
Ampliación de análisis de una variable real	0		10	120,00
Geometría básica	5	84,00	14	88,50
Informática	6	26,67	13	91,92
Estadística básica	1	15,00	7	60,29
Álgebra Lineal 1	1	25,00	8	185,00

Segundo Curso

Asignatura \ Calificación	Suspenso		Aprob / Not / Sobresal / MH	
	nº respuestas	horas	nº respuestas	Horas
Cálculo Numérico 1	4	39,00	4	143,5
Álgebra Lineal 2	3	56,67	3	210
Cálculo de Probabilidad	0		8	83,88
Análisis de varias variables reales	2	320,00	5	228

RESUMEN DE LOS RESULTADOS DE LOS ALUMNOS QUE SUPERAN LA ASIGNATURA

Asignatura	Créditos asignatura	Horas de contacto	Número de Encuestados	Media horas estudio aprobados	Horas totales (contacto+estudio)	Horas totales por crédito
Álgebra Básica 1	7,5	70	12	123,92	193,92	26
Álgebra Básica 2	7,5	70	5	152	222,00	30
Análisis de una variable real	7,5	70	15	99,67	169,67	23
Ampliación de análisis de una variable real	9	84	10	120,00	204,00	23
Geometría básica	6	56	14	88,50	144,50	24
Informática	12	84	13	91,92	175,92	15
Estadística básica	6	56	7	60,29	116,29	19
Álgebra Lineal 1	7,5	70	8	185,00	255,00	34
Cálculo Numérico 1	6	56	4	143,5	199,50	33
Álgebra Lineal 2	7,5	70	3	210	280,00	37
Cálculo de Probabilidad	7,5	70	8	83,88	153,88	21
Análisis de varias variables reales	9	84	5	228	312,00	35

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

Primer Curso

Asignatura	Horas aula	Media horas estudio alumnos			Total horas aula + estudio alumnos (todos)
		todos	sólo aprob	sólo susp	
Introducción á análise matemática	90	85,83	67	180	175,83
Xeometría métrica	90	127,77	129,28	90	217,77
Álgebra lineal e multilineal	90	118,13	122,14	90	208,13
Cálculo diferencial e integral	90	121,96	116,26	140	211,96
Informática	90	35	45	25	125
Introducción ó cálculo numérico	75	125,26	123,89	150	200,26
Topoloxía dos espazos euclidianos	75	81,19	80,25	100	156,19
Total	600	695,14			1295,14

Segundo Curso

Habría que añadir 7,5 créditos libre elección

Asignatura	Horas aula	Media horas estudio alumnos			Total horas aula + estudio alumnos (todos)
		todos	sólo aprob	sólo susp	
Análise numérica matricial	60	174,80	163,87	207,6	234,80
Difer. de func. de vv. vv. reais	75	82,64	79,56	86,33	157,64
Integ. de func. de vv. vv. reais	75	134,47	140,92	92,5	209,47
Int. ás ecuacións diferen. ordinarias	75	121,90	130,62	105,71	196,90
Int. ó cálculo de probabilidades	60	93,25	94,12	88,33	153,25
Xeometría afín e proxectiva	90	121,53	129,12	114,74	211,53
Topoloxía	90	121,23	107,5	129,9	211,23
Total	525	849,82			1374,82

Tercer Curso Habría que añadir 6 créditos libre elección

Asignatura	Horas aula	Media horas estudio alumnos			Total horas aula + estudio alumnos (todos)
		todos	sólo aprob	sólo susp	
Curvas e superficies	90	129,75	134,68	111	219,75
Elementos de variable compleja	60	91,53	91,6	91,43	151,53
Inferencia estadística	75	148,79	150,23	130	223,79
Introducción á álgebra	75	157,95	162,57	155,64	232,95
Métodos numéricos	60	213,4	212,71	215	273,4
Series de Fourier e int. ás EDPs	45	93,3	99,05	79,9	138,3
Teoría global de superficies	75	151,25	151,36	150	226,25
Vectores aleatorios	60	97,14	104,29	90	157,14
Total	540	1083,11			1623,11

Cuarto Curso Habría que añadir 4,5 cr optativos y 7,5 cr libre elección

Asignatura	Horas aula	Media horas estudio alumnos			Total horas aula + estudio alumnos (todos)
		todos	sólo aprob	sólo susp	
Xeometría e topoloxía	95	167,03	169,36	157,7	262,03
Teoría da medida	60	144,84	147,89	140	204,84
Álgebra	95	192,71	209,78	173,5	287,71
Análise func. en espacios de Banach	75	179,38	240	143	254,38
Cálculo numérico	90	232,31	228,18	255	322,31
Ecuacións diferenciais ordinarias	60	171,5	250	162,78	231,5
Total	475	1087,77			1562,77
Variable compleja	50	110	103,75	120	160

TIEMPO MEDIO DE ESTUDIO POR ASIGNATURA Y CALIFICACIÓN

Primer Curso

Asignatura \ Calificación	Suspenso		Aprob / Not / Sobr / MH	
	nº resp	Horas	nº resp	horas
Introducción á análise matemática	1	180	5	67
Xeometría métrica	1	90	25	129,28
Álgebra lineal e multilineal	1	90	7	122,14
Cálculo diferencial e integral	6	140	19	116,26
Informática	4	25	4	45
Introducción ó cálculo numérico	1	150	18	123,89
Topoloxía dos espazos euclidianos	1	100	20	80,25

Segundo Curso

Asignatura \ Calificación	Suspenso		Aprob / Not / Sobr / MH	
	nº resp	Horas	nº resp	horas
Análise numérica matricial	5	207,6	15	163,87
Difer. de func. de v. v. reais	15	86,33	18	79,56
Integ. de func. de v. v. reais	2	92,5	13	140,92
Int. ás ecuacións diferen. ordinarias	7	105,71	13	130,62
Int. ó cálculo de probabilidades	3	88,33	17	94,12
Xeometría afin e proxectiva	19	114,74	17	129,12
Topoloxía	19	129,9	12	107,5

Tercer Curso

Asignatura \ Calificación	Suspenso		Aprob / Not / Sobr / MH	
	nº resp	horas	nº resp	horas
Curvas e superficies	5	111	19	134,68
Elementos de variable compleja	7	91,43	10	91,6
Inferencia estadística	2	130	26	150,23
Introducción á álgebra	14	155,64	7	162,57
Métodos numéricos	6	215	14	212,71
Series de Fourier e int. ás EDPs	9	79,9	21	99,05
Teoría global de superficies	2	150	22	151,36
Vectores aleatorios	7	90	7	104,29

Cuarto Curso

Asignatura \ Calificación	Suspenso		Aprob / Not / Sobr / MH	
	nº resp	horas	nº resp	horas
Xeometría e topoloxía	7	157,7	28	169,36
Teoría da medida	12	140	19	147,89
Álgebra	8	173,5	9	209,78
Análise func. en espacios de Banach	5	143	3	240
Cálculo numérico	2	255	11	228,18
Ecuacións diferenciais ordinarias	9	162,78	1	250
Variable compleja	5	120	8	103,75

RESUMEN DE LOS RESULTADOS DE LOS ALUMNOS QUE SUPERAN LA ASIGNATURA

Primer Curso

Asignatura	Créditos asignatura	Horas de contacto	Número de encuestados	Media horas estudio aprobados	Horas totales (contacto+estudio)	Horas totales por crédito
Introducción á análise matemática	9	90	5	67	157	17
Xeometría métrica	9	90	25	129,28	219,28	24
Álgebra lineal e multilineal	9	90	7	122,14	212,14	24
Cálculo diferencial e integral	9	90	19	116,26	206,26	23
Informática	9	90	4	45	135	15
Introducción ó cálculo numérico	7,5	75	18	123,89	198,89	27
Topoloxía dos espazos euclidianos	7,5	75	20	80,25	155,25	21

Segundo Curso

Asignatura	Créditos asignatura	Horas de contacto	Número de encuestados	Media horas estudio aprobados	Horas totales (contacto+estudio)	Horas totales por crédito
Análise numérica matricial	6	60	15	163,87	223,87	37
Difer. de func. de v. v. reais	7,5	75	18	79,56	154,56	21
Integ. de func. de v. v. reais	7,5	75	13	140,92	215,92	29
Int. ás ecuacións diferen. ordinarias	7,5	75	13	130,62	205,62	27
Int. ó cálculo de probabilidades	6	60	17	94,12	154,12	26
Xeometría afín e proxectiva	9	90	17	129,12	219,12	24
Topoloxía	9	90	12	107,5	197,5	22

Tercer Curso

Asignatura	Créditos asignatura	Horas de contacto	Número de encuestados	Media horas estudio aprobados	Horas totales (contacto+estudio)	Horas totales por crédito
Curvas e superficies	9	90	19	134,68	224,68	25
Elementos de variable compleja	6	60	10	91,6	151,6	25
Inferencia estadística	7,5	75	26	150,23	225,23	30
Introducción á álgebra	7,5	75	7	162,57	237,57	32
Métodos numéricos	6	60	14	212,71	272,71	45
Series de Fourier e int. ás EDPs	4,5	45	21	99,05	144,05	32
Teoría global de superficies	7,5	75	22	151,36	226,36	30
Vectores aleatorios	6	60	7	104,29	164,29	27

Cuarto Curso

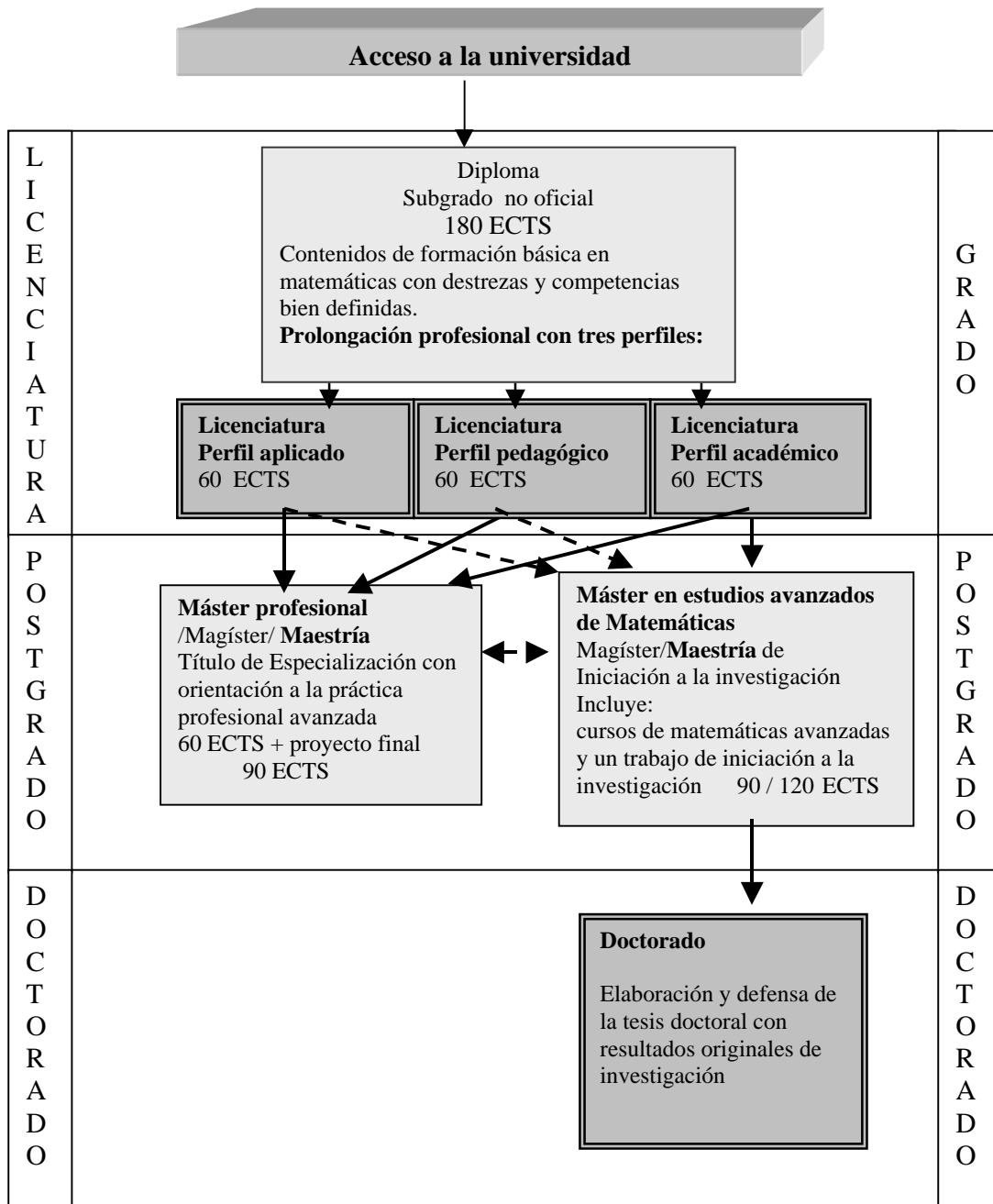
Asignatura	Créditos asignatura	Horas de contacto	Número de encuestados	Media horas estudio aprobados	Horas totales (contacto+estudio)	Horas totales por crédito
Xeometría e topoloxía	9,5	95	28	169,36	264,36	28
Teoría da medida	6	60	19	147,89	207,89	35
Álgebra	9,5	95	9	209,78	304,78	32
Análise func. en espacios de Banach	7,5	75	3	240	315	42
Cálculo numérico	9	90	11	228,18	318,18	35
Ecuacións diferenciais ordinarias	6	60	1	250	310	52

Variable compleja	5	50	8	103,75	153,75	31
-------------------	---	----	---	--------	--------	----

Anexo 4

Propuesta de esquema general de estructura de los estudios

Propuesta de esquema general para los estudios de matemáticas



Titulaciones oficiales en España

Actualmente títulos propios o certificados homologables

Acceso directo →

Con complementos de formación - - - - ->

Posibles intersecciones y/o programas conjuntos <- - - - ->

El Grado en Matemáticas Licenciatura en Matemáticas

El Grado en Matemáticas debe posibilitar el acceso directo al mercado de trabajo en puestos con un nivel alto de responsabilidad. Las administraciones públicas deben aceptar que el Grado en Matemáticas dé acceso al grupo A en la función pública.

Para garantizar ambas condiciones, sin olvidar la tradición española, el nombre del Grado debería ser **“Licenciado en Matemáticas”**.

El título de Licenciado en Matemáticas debe cualificar para la formulación matemática, análisis, resolución y, en su caso, tratamiento informático de problemas en diversos campos interdisciplinarios de las ciencias básicas, ciencias sociales y de la vida, ingeniería, finanzas, consultoría, etc..., con vistas a las aplicaciones, los desarrollos científicos y/o la docencia.

El documento completo y detallado con los objetivos generales, contenidos básicos y destrezas a adquirir se encuentra en el anexo 5. A continuación se resumen algunos aspectos.

Contenidos

Quienes obtengan el grado de Licenciado en Matemáticas deben conocer y entender los métodos y técnicas básicas de las matemáticas a un nivel que les permita utilizarlas con eficacia para realizar tareas con contenido matemático en su vida laboral.

Todos los programas deben incluir como bases comunes: cálculo en una y varias variables reales y álgebra lineal. Además, los graduados deben estar familiarizados con las principales áreas de las matemáticas, no sólo las que han guiado históricamente la actividad matemática, sino también las de origen más moderno. Por tanto, todos los graduados en matemáticas deben conocer las ideas básicas de:

- ecuaciones diferenciales
- funciones de variable compleja
- probabilidad
- estadística
- métodos numéricos
- geometría de curvas y superficies
- estructuras algebraicas
- matemática discreta

El conocimiento de otros métodos, técnicas y contenidos puede depender en gran medida de las características concretas del programa y del perfil profesional elegido pero es importante que todos los graduados hayan alcanzado un nivel más elevado en algún área.

Es necesario que todos los graduados hayan tratado al menos un campo en el que las matemáticas se apliquen de una manera que se considere esencial para la comprensión del campo en cuestión y su aplicación profesional.

Destrezas

La gran variedad de salidas profesionales que se ofrecen hoy en día a los graduados en matemáticas son, en gran medida, consecuencia del valor que los empleadores otorgan a la capacidad para el razonamiento riguroso, el análisis cuantitativo y la resolución de problemas, que caracterizan a los licenciados en matemáticas.

Las tres destrezas clave que deberían adquirirse durante este periodo son por tanto:

- la capacidad para idear una demostración,
- la habilidad para modelar una situación,
- la facilidad para resolver problemas, incluida la búsqueda de soluciones numéricas.

Es evidente que, hoy en día, encontrar soluciones numéricas a un problema requiere conocimientos sólidos de programación y algoritmos.

No es necesario recordar que estas destrezas se desarrollan progresivamente. No se empiezan los estudios de matemáticas con un curso llamado “Cómo hacer una demostración” y otro llamado “Cómo construir un modelo”, de modo que ambas cosas se aprendan inmediatamente. Por el contrario, todos los cursos del grado deben dirigirse a desarrollar las tres destrezas básicas.

Duración y organización

Hay en principio y dentro de los esquemas europeos, dos alternativas para la duración del Grado en Matemáticas: 3 años (180 créditos ECTS) y 4 años (240 créditos ECTS). Ambas tienen ventajas e inconvenientes y, sobre todo, responden a concepciones que, aunque parecidas, no son idénticas.

Se podría optar por **3 años** si se desease dar en el grado únicamente la formación básica. Las ventajas de esta alternativa son que permite una más rápida inserción en el mercado de trabajo (aunque sin un perfil definido) y que los alumnos desencantados por uno u otro motivo podrían dejar antes sus estudios con un título oficial. Una desventaja evidente en el contexto español sería la dificultad para el reconocimiento de un título alcanzado en tres años como correspondiente a una Licenciatura.

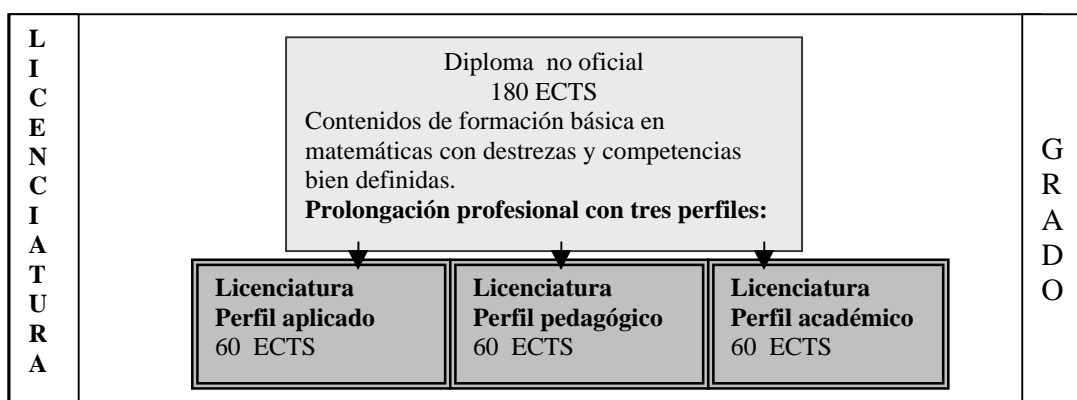
La opción de **4 años**, que corresponde a nuestra propuesta, permite completar la formación básica con una formación específica, que dependería de las aspiraciones profesionales futuras del estudiante, en el cuarto año. Se podrían diseñar, al menos, tres perfiles profesionales correspondientes a las tres actividades mayoritarias de los licenciados en matemáticas:

- Académico: dirigido a quienes deseen seguir una carrera como investigador o profesor universitario. Estaría centrada sobre todo en la matemática más pura o “teórica” (en todas las áreas, incluidas las asociadas con las aplicaciones).
- Didáctico: dirigida a los futuros profesores de enseñanza secundaria. El cuarto año debería incluir también la obtención del Certificado oficial de Capacitación Pedagógica (o equivalente) y por tanto ser el requisito para optar a la enseñanza pública de las matemáticas en la secundaria.
- Aplicado: para quienes quieran encaminarse a la industria o la empresa. Sus contenidos serían claramente aplicados y deberían complementarse con prácticas concretas.

Cada universidad, según su capacidad e intereses podría ofrecer los tres perfiles o sólo alguno de ellos; también podría diseñar programas conjuntos orientados a que el estudiante pueda realizar varias opciones.

Consideramos que esta opción es más realista y adecuada para nuestra tradición. Sin embargo creemos interesante mantener el diseño de un primer diploma, no necesariamente oficial, de 3 años que recoja los contenidos básicos y las destrezas correspondientes a una formación generalista en matemáticas y que pueda capacitar para, mediante las oportunas pasarelas, acceder a otros estudios.

La propuesta, por tanto se estructura de la siguiente forma:



El anexo 5 detalla la propuesta sobre los objetivos contenidos y destrezas correspondientes a la formación básica del graduado y los tres perfiles profesionales.

El postgrado en Matemáticas Máster y Doctorado

El postgrado previo a la elaboración de una tesis doctoral de investigación debe denominarse **Máster** como en la actualidad en la mayoría de los países europeos incorporados al proceso abierto en Bolonia. En el anexo 6 se encuentran algunos ejemplos.

Nuestra propuesta contempla dos tipos de máster:

Máster profesional (90 créditos ECTS)

- Acceso directo desde cualquier perfil de los establecidos en los estudios de licenciatura.
- Prueba de acceso o, en su caso, complementos para estudiantes con otro tipo de estudios previos de grado.
- Orientación más aplicada o profesional.
- Consiste en cursos de formación profesional avanzada en ámbitos concretos y debería finalizar con un “proyecto fin de máster” (un trabajo que requiera una apreciable cantidad de trabajo personal) o con prácticas avanzadas en la industria o la empresa.
- Ejemplos: matemáticas de la ingeniería, matemáticas de las finanzas, estadística aplicada, formación avanzada en enseñanza de las matemáticas,...

Máster científico / Estudios Avanzados (90/120 créditos ECTS)

- Acceso directo desde el perfil académico de la licenciatura y con complementos para los otros perfiles que deben establecerse de manera específica al presentar la programación de máster científico concreto
- Orientación más académica de iniciación a la investigación.
- Otorga la suficiencia investigadora y puede prolongarse con la elaboración de una tesis doctoral.
- Consiste en cursos que completen la formación académica avanzada en uno o varios campos de la matemática más un trabajo de iniciación a la investigación que puede servir de punto de partida para una tesis doctoral.

Sólo el máster científico de iniciación a la investigación otorga la suficiencia investigadora y por tanto el acceso a la elaboración de la tesis conducente al grado de Doctor. Consideramos posible y, en algunos casos, recomendable la organización de programas conjuntos con una amplia intersección común entre los dos tipos de máster, de forma que se pueda obtener un perfil de investigador adaptado a las actividades de I+D de industrias y empresas.

Doctorado

El título de **Doctor** se obtendrá tras la defensa y aprobación de una tesis doctoral con resultados originales de investigación. Será posterior a la obtención del título de máster científico.

El anexo 6 presenta varios ejemplos de postgrado de diversos tipos.

Anexo 5

**Propuesta de contenidos básicos y destrezas
a adquirir para la obtención del grado de
Licenciado en Matemáticas:
Formación generalista + tres perfiles
profesionales**

CONTENIDOS BÁSICOS Y DESTREZAS A ADQUIRIR EN LOS TRES PRIMEROS CURSOS DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

1. Objetivos y destrezas de carácter general

Objetivos:

Desarrollar las capacidades analíticas y el pensamiento lógico y riguroso de los alumnos a través del estudio de las matemáticas.

Adquirir la capacidad de utilizar los conocimientos teóricos y prácticos aprendidos, en la definición de problemas y en la búsqueda de soluciones en contextos académicos o empresariales.

Preparar para posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos matemáticos

Destrezas:

1. Destrezas teóricas

- Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto con corrección y exactitud.
- Reconocer razonamientos correctos en demostraciones sobre objetos matemáticos e identificar falacias o errores en razonamientos incorrectos
- Comprender y utilizar con soltura el lenguaje matemático y conocer los distintos tipos de demostración.
- Conocer demostraciones rigurosas de algunos resultados clásicos en distintos campos matemáticos. Poder idear demostraciones nuevas de enunciados que se le proporcionen

2. Resolución de problemas

- Conocer métodos para plantear la resolución de un problema dado, en diversos campos matemáticos para llevarlo a una solución exacta o a una solución numérica aproximada.
- Aplicar métodos de aproximación adecuados al problema y a las herramientas de que se disponga
- Trabajar en la solución de problemas con restricciones de tiempo y recursos.

3. Modelización

- Proponer modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- Seleccionar definiciones y objetivos para una modelización
- Interpretar resultados obtenidos a través de un modelo

2. Objetivos, contenidos mínimos y destrezas por materias (no es necesario identificar *materia* con *asignatura*)

Álgebra Lineal

Objetivos:

Asimilar y manejar con toda fluidez los principales conceptos del Álgebra Lineal, incluyendo en este las Geometrías Afín y Euclídea.

Proporcionar la capacidad de realizar la traducción (y la correspondiente resolución), en términos de matrices, de todos aquellos problemas que surgen en la manipulación de los espacios vectoriales y de las aplicaciones lineales.

Contenidos mínimos:

- Espacios vectoriales y aplicaciones lineales
- Sistemas de ecuaciones lineales y matrices.
- Autovalores y autovectores. Forma Canónica de Jordan.
- Aplicaciones bilineales y formas cuadráticas. Diagonalización.
- Espacios afines y euclideos. Transformaciones. Clasificación de cónicas y cuádricas.

Destrezas:

- Operar con vectores, bases, subespacios y aplicaciones lineales.
- Resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- Decidir si una matriz (o endomorfismo) es o no diagonalizable (sobre \mathbf{R} o \mathbf{C}) calculando la forma diagonal.
- Calcular la Forma Canónica de Jordan de una matriz.
- Diagonalizar una forma cuadrática y calcular su signatura (en el caso real).
- Decidir si dos matrices dadas son equivalentes, semejantes o congruentes.
- Uso del método Gram-Schmidt para calcular bases ortonormales,

subespacios ortogonales y proyecciones ortogonales.

- Operar con puntos y vectores en un espacio afín así como con los sistemas de referencia afines, los subespacios afines y sus problemas de intersección y las transformaciones afines siendo capaz de calcular los elementos característicos de las traslaciones, homotecias, simetrías y proyecciones.
- Operar con puntos, vectores, distancias y ángulos en un espacio euclídeo. Efectuar cambios de sistemas de referencia rectangulares.
- Clasificar una isometría del plano o del espacio determinando su tipo y elementos característicos.
- Clasificar cónicas y cuádricas.

Cálculo Diferencial e Integral

Objetivos:

Conocer y saber utilizar los conceptos y los resultados fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral para funciones de un número finito de variables reales, así como del Cálculo Vectorial clásico.

Conocer y comprender demostraciones de algunos de los teoremas más importantes.

Contenidos mínimos:

- Estructura del cuerpo ordenado de los números reales. Topología de \mathbf{R}^n .
- Convergencia de sucesiones en \mathbf{R} y en \mathbf{R}^n . Series numéricas.
- Continuidad de funciones reales de una variable real y de funciones vectoriales de variable vectorial.
- Diferenciación de funciones reales de una variable. Desarrollos en serie. Extremos de funciones.
- Convergencia de sucesiones de funciones. Series de potencias.
- Funciones elementales.
- Derivadas parciales. Teorema de la función inversa. Teorema de la función implícita. Extremos locales y extremos condicionados.
- La integral definida como área. Teorema Fundamental del Cálculo. Técnicas elementales de integración.
- Integral de Riemann para una función de varias variables.
- Representación paramétrica de curvas y superficies. Longitud y área. Integrales de línea y de superficie. Teoremas de Green-Gauss, de Stokes y de la Divergencia.

Destrezas:

- Manipular desigualdades, analizar y dibujar funciones, deducir propiedades de una función a partir de su gráfica, comprender y trabajar intuitiva, geométrica y formalmente con las nociones de límite, derivada, integral.
- Calcular integrales de una variable utilizando la Regla de Barrow y con ayuda de cambios de variable y de la integración por partes, incluyendo al menos funciones racionales y trigonométricas.
- Utilizar algún programa de cálculo simbólico para obtener (e interpretar) límites, sumas de series, derivadas e integrales.
- Plantear adecuadamente y resolver integrales de varias variables, integrales curvilíneas e integrales de superficie.
- Utilizar correctamente en aplicaciones a otros campos los conceptos asociados a las derivadas parciales, a las integrales de línea y de superficie, y a las integrales de dos o tres variables.
- Conocer y saber utilizar métodos de aproximación numérica en el cálculo de integrales y de aproximación de funciones.
- Resolver problemas que impliquen el planteamiento de integrales.
- Resolver problemas de optimización.
- Conocer definiciones formalmente correctas de los conceptos más importantes (convergencia, continuidad, integrabilidad, etc.)

Matemática Discreta

Objetivos:

Plantear y resolver problemas de optimización lineal.

Conocer y manejar los conceptos y resultados básicos de teoría de grafos y combinatoria enumerativa.

Contenidos mínimos:

- Programación lineal.
- Teoría elemental de grafos.
- Combinatoria y métodos de enumeración.

Destrezas:

- Saber utilizar el método del simplex para resolver problemas de optimización lineal
- Ser capaz de determinar en grafos razonablemente pequeños los diferentes conceptos de teoría de grafos
- Modelar problemas de redes, geometría, etc., en términos de grafos e interpretar el significado de los conceptos de teoría de grafos en dichos contextos.

- Ser capaz de aplicar los principios de doble conteo y de inclusión-exclusión en diversos contextos.
- Identificar objetos que se pueden contar con números binomiales y/o multinomiales.

Informática

Objetivos:

Iniciar al alumno en algún lenguaje de programación científica.

Conocer los conceptos fundamentales de la algorítmica.

Objetivos de carácter instrumental:

Conocer, a nivel de usuario, las herramientas básicas de los ordenadores.

Contenidos mínimos:

- Conceptos básicos sobre ordenadores y sus componentes, sistemas operativos y lenguajes de programación.
- Lenguaje de programación científica.
- Introducción al diseño y análisis de algoritmos.
- Contenidos de carácter instrumental:
 - Herramientas básicas: edición de textos, hojas de cálculo, internet.
 - Edición de textos científicos.

Destrezas:

- Utilizar con soltura algún sistema operativo.
- Conocer los conceptos básicos del hardware y software del ordenador.
- Programar algoritmos para resolver problemas científicos y técnicos.
- Destrezas de carácter instrumental:
 - Manejar las herramientas básicas de comunicaciones.
 - Crear y manipular ficheros de texto y realizar operaciones elementales con hojas de cálculo.
 - Editar textos con fórmulas matemáticas.

Estructuras Algebraicas

Objetivos:

Conocer las propiedades de las estructuras correspondientes a los conjuntos de números enteros, racionales, reales y complejos, de los polinomios en una y varias variables y manejar con soltura todo tipo de expresiones algebraicas.

Manejar con soltura las nociones básicas de la teoría de conjuntos y aplicaciones, las propiedades elementales de las estructuras algebraicas básicas así como de las correspondientes subestructuras y cocientes y conocer ejemplos de todas ellas.

Conocer algunos casos de clasificación de objetos en una misma estructura algebraica mediante el uso de la noción de isomorfismo y la búsqueda de invariantes o características que permitan decidir cuando, por ejemplo, dos grupos no son isomorfos.

Contenidos mínimos:

- Estructuras algebraicas elementales: \mathbf{Z} , \mathbf{Q} , \mathbf{R} , \mathbf{C} y polinomios en una y varias variables
- Conjuntos y aplicaciones.
- Relaciones de equivalencia y orden. Conjuntos cociente.
- Grupos y homomorfismos de grupos
- Subgrupo normal y grupo cociente. Teorema de Lagrange. Teorema de Cayley
- Clasificación de grupos abelianos finitamente generados.
- Anillos e ideales. Homomorfismos de anillos.
- Divisibilidad y factorización.
- Números algebraicos y transcendentales.

Destrezas:

- Manejar con precisión el lenguaje proposicional, siendo capaz de traducir a éste la veracidad o falsedad de cualquier afirmación sobre conjuntos y aplicaciones.
- Utilizar el Algoritmo de Euclides para el cálculo del mcd de números enteros y polinomios así como para determinar los coeficientes en la Identidad de Bézout.
- Determinar la factorización en primos (resp. irreducibles) de números enteros (resp. polinomios) en casos sencillos.
- Descomponer en fracciones simples una fracción algebraica.
- Estudiar la existencia de elementos de orden dado en un grupo simétrico de grado n . Determinar subgrupos cíclicos, diédricos o abelianos sencillos en un grupo simétrico de grado n .
- Determinar si un subgrupo dado es normal o no y, en caso afirmativo, calcular el correspondiente grupo cociente.
- Saber definir homomorfismos sencillos para estudiar sus propiedades y analizar si dos grupos dados son isomorfos, si uno es isomorfo a un subgrupo de otro o para expresar un grupo como cociente de otro.
- Operar de forma correcta en el anillo cociente y cálculo de inversos modulares.
- Operar de forma correcta con los cocientes de anillos de polinomios o en anillos de la forma $\mathbf{Z}[a]$ con a en \mathbf{C} algebraico prestando especial atención a los aspectos de factorización.
- Manipular de forma precisa expresiones algebraicas involucrando elementos algebraicos y transcendentales.

Geometría

Objetivos:

Conocer y saber utilizar los conceptos básicos de la Geometría del plano y el espacio euclídeo.

Conocer y saber utilizar los conceptos básicos de la Geometría Diferencial de Curvas y Superficies.

Desarrollar la capacidad de interpretar geoméricamente enunciados y propiedades presentados analíticamente, y, recíprocamente, de formular en términos matemáticos situaciones de índole geométrica.

Contenidos mínimos:

- Geometría del triángulo y la circunferencia. Lugares geoméricos.
- Movimientos en el plano y el espacio.
- Polígonos y poliedros regulares.
- Geometría vectorial de \mathbf{R}^2 y \mathbf{R}^3 .
- Curvas. Longitud de arco. Triedro de Frenet.
- Curvas notables: hélices, evolutas y evolventes.
- Superficies. La primera y la segunda formas fundamentales. Teorema egregio de Gauss.
- Superficies notables: de revolución, regladas, desarrollables y minimales.

Destrezas:

- Saber resolver problemas geoméricos del plano, y saber elegir los métodos sintético y analítico según convenga más en cada caso.
- Saber resolver problemas geoméricos en el plano que involucren puntos y rectas.
- Saber formular la ecuación de un lugar geométrico y conocer una buena colección de ellos.
- Conocer las propiedades geométricas de una colección grande de curvas y superficies de \mathbf{R}^3 .
- Reconocer la naturaleza de los puntos de una superficie de \mathbf{R}^3 , sabiendo calcular los objetos geoméricos asociados al punto (curvatura de Gauss,...)
- Reconocer las propiedades intrínsecas de una superficie.
- Conocer la existencia de las geometrías no euclídeas. Conocer la existencia de los problemas clásicos griegos: cuadratura del círculo, trisección del ángulo, duplicación del cubo.
- Reconocer la geometría subyacente en la Naturaleza y en el Arte.

Probabilidades y Estadística

Objetivos:

Desarrollar la intuición sobre fenómenos aleatorios.

Comprensión y manejo de los principios básicos del Cálculo de Probabilidades.

Conocimiento de los teoremas fundamentales del Cálculo de Probabilidades incluyendo su demostración, al menos en situaciones sencillas.

Comprensión de los principios y conceptos básicos de la Estadística Matemática así como su aplicación para la solución de problemas reales.

Contenidos mínimos:

- Espacios probabilísticos continuos y discretos. Funciones de densidad y de distribución.

- Variables aleatorias y sus distribuciones. Esperanza matemática.
- Independencia. Leyes de los Grandes Números y Teorema Central del Límite.
- Estadística descriptiva y análisis de datos.
- El método estadístico. Estimación puntual y por intervalo.
- Contrastes de hipótesis.
- El modelo lineal.

Destrezas:

- Saber calcular probabilidades en espacios discretos y probabilidades geométricas.
- Manejar variables aleatorias discretas y continuas.
- Comprensión y utilización del concepto de independencia.
- Saber utilizar las aplicaciones estadísticas del teorema central del límite.
- Saber analizar e interpretar un conjunto de datos.
- Conocer las técnicas de generación de números pseudoaleatorios.
- Manejo de los métodos de máxima verosimilitud, de Bayes y de mínimos cuadrados para la construcción de estimadores.
- Comprensión de las propiedades básicas de los estimadores puntuales y de intervalo.
- Saber plantear problemas de contraste de hipótesis en una o dos poblaciones.
- Comprensión del fundamento del modelo lineal incluyendo los modelos más simples del Análisis de la Varianza y de los problemas de regresión y correlación.
- Utilización de software estadístico.

Ecuaciones Diferenciales

Objetivos:

Conocer la relación entre los problemas reales y su modelo matemático en términos de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

Conocer y saber utilizar los conceptos y los resultados clásicos relacionados con las EDO, con especial énfasis en el caso lineal.

Comprender la imposibilidad de resolver de manera exacta todas las EDO y la necesidad de utilizar métodos numéricos y enfoques cualitativos para su resolución.

Contenidos mínimos:

- Ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). Problema de Cauchy.
- Métodos elementales de resolución de ecuaciones de primer orden. Aplicaciones.
- EDO lineales de segundo orden. EDO con coeficientes constantes. Método de serie de potencias. Modelos y aplicaciones.
- Sistemas lineales de ecuaciones diferenciales de primer orden. Sistemas con coeficientes constantes: exponencial de una matriz.
- Teoremas de existencia y unicidad de solución para problemas de Cauchy.

- Dependencia de condiciones iniciales y parámetros.
- Sistemas autónomos. Plano de fases. Aplicaciones.
- Introducción a las ecuaciones en derivadas parciales.

Destrezas:

- Distinguir los diferentes tipos de ecuaciones diferenciales.
- Traducir algunos problemas reales en términos de EDO.
- Conocer y aplicar los principales métodos para resolver EDO sencillas.
- Extraer información cualitativa de las soluciones de una EDO, sin necesidad de resolverla (crecimiento, concavidad, ...)
- Utilizar algún software para resolver EDO.

Variable compleja

Objetivos:

Conocer los fundamentos de la teoría de funciones de una variable compleja.

Contenidos mínimos:

- El plano complejo.
- Funciones derivables. Series de potencias.
- Fórmula de la Integral de Cauchy.
- Desarrollo de funciones analíticas en serie de potencias.
- Funciones enteras y sus propiedades.
- Propiedades básicas de las funciones analíticas.
- Desarrollos de Laurent y Teorema de Cauchy del Residuo.

Destrezas:

- Identificar las diferencias básicas entre las propiedades de las funciones de variable real y de variable compleja.
- Conocer y saber utilizar las propiedades fundamentales de las funciones analíticas.
- Calcular residuos e integrales reales por este método.

Cálculo Numérico

Objetivos:

Analizar, programar e implantar en ordenador algunos de los algoritmos o métodos constructivos de soluciones de problemas.

Conocer las implicaciones de la presencia de los errores de redondeo y aproximación.

Valorar la importancia del coste operativo y de memoria-ordenador de los métodos y su eficacia así como el equilibrio entre complejidad, precisión y rapidez.

Contenidos mínimos:

- Representación de números en el ordenador y errores en el cálculo numéricos.
- Métodos de resolución de ecuaciones no lineales
- Resolución de sistemas lineales: métodos directos e iterativos.
- Cálculo de autovalores y autovectores
- Interpolación y ajuste: polinomial, splines y trigonométrica.
- Integración aproximada.
- Métodos de cálculo de mínimos de funciones reales.

Destrezas:

- Manejar software de cálculo numérico.
- Analizar la conveniencia de uno u otro método numérico para un problema concreto.
- Programar e implantar en el ordenador los métodos numéricos y aplicarlos de manera efectiva.
- Evaluar los resultados obtenidos y obtener conclusiones después de un proceso de cómputo.
- Conocer y saber aplicar algoritmos para resolver numéricamente sistemas de ecuaciones lineales de orden medio y alto.
- Localizar y calcular numéricamente raíces de ecuaciones no lineales.
- Localizar y calcular autovalores y autovectores: métodos de la potencia.
- Conocer y saber aplicar los principales algoritmos de interpolación y de ajuste.
- Conocer y saber utilizar fórmulas de cuadratura para integración aproximada sobre intervalos reales y sobre dominios sencillos del plano y del espacio (triángulos, rectángulos, ...).
- Conocer y utilizar algoritmos sencillos de búsqueda de mínimos para resolver numéricamente algunos problemas de optimización.

Perfil aplicado

Objetivos

- Que el licenciado sea capaz de plantear modelos matemáticos de cierta complejidad en diversos ámbitos.
- Que conozca herramientas informáticas y numéricas de resolución de problemas.
- Que conozca técnicas estadísticas y de optimización.

Contenidos mínimos

En este perfil el licenciado debe de cursar al menos 4 de las siguientes materias:

- Ecuaciones en derivadas parciales
- Cálculo científico y programación avanzada.
- Modelos matemáticos
- Matemática discreta
- Probabilidad
- Métodos estadísticos
- Investigación operativa y optimización.

Destrezas

- Saber interpretar en términos matemáticos situaciones expresadas en el lenguaje de otras disciplinas.
- Saber realizar análisis de datos y extraer conclusiones.
- Plantear matemáticamente problemas reales e identificar o idear métodos de aproximación y resolución numérica en ordenador.
- Manejar las herramientas básicas del cálculo científico.

Rango profesional

Este perfil de la licenciatura de matemáticas capacita profesionalmente para la inserción de los matemáticos en equipos interdisciplinarios de empresas, industrias y consultorías así como en unidades de i+I+D.

Perfil didáctico

Objetivos

Que el licenciado conozca y domine, desde un punto de vista superior, los contenidos de los programas de matemáticas en secundaria

Que sepa planificarlos, estructurarlos y comunicarlos al nivel adecuado

Que conozca las distintas facetas del conocimiento matemático (conexión con otras disciplinas y con el entorno, carácter formativo, aplicaciones...)

Contenidos mínimos

- Fundamentos teóricos de las matemáticas elementales.
- Historia de las matemáticas.
- Teorías del aprendizaje en la educación matemática.
- Diseño curricular en matemáticas
- Metodologías, materiales y recursos para la enseñanza de las matemáticas.
- Prácticas de enseñanza en las aulas de secundaria.

Destrezas

Saber conectar los conceptos matemáticos del currículo de la secundaria con los fenómenos que los originan.

Reconocerlos en situaciones cotidianas y ámbitos multidisciplinares.

Dominar de técnicas de comunicación y transmisión de conocimientos matemáticos.

Secuenciar y estructurar los puntos centrales de un tema matemático.

Diagnosticar errores y dificultades de aprendizaje.

Capacidad para elaborar instrumentos de seguimiento y evaluación.

Aplicar los nuevos recursos tecnológicos en los procesos de enseñanza / aprendizaje de las matemáticas en secundaria.

Adquirir autonomía en la utilización de material bibliográfico

Rango profesional

Este perfil de la licenciatura de matemáticas capacita profesionalmente para la enseñanza de las matemáticas en secundaria.

Perfil académico

Objetivos

Completar la formación matemática general de los licenciados.
Afianzar las destrezas adquiridas en los tres primeros cursos.
Formar licenciados con vocación de incorporarse a un postgrado de estudios avanzados en Matemáticas.

Contenidos mínimos

En este perfil el licenciado debe de cursar al menos 4 de las siguientes materias:

- Análisis Funcional
- Geometría Diferencial
- Ecuaciones en Derivadas Parciales
- Estructuras Algebraicas
- Topología
- Teoría de la medida y probabilidad
- Estadística matemática
- Análisis numérico

Destrezas

- Manipular objetos matemáticos con alto nivel de abstracción y complejidad.
- Profundizar en la capacidad de idear demostraciones.
- Escribir Matemáticas con un nivel de rigor aceptable.
- Adquirir autonomía en la utilización de material bibliográfico

Rango profesional

La obtención del título de Licenciado en Matemáticas con perfil “académico” debe dar acceso directo a cualquier postgrado de estudios avanzados en Matemáticas en cualquier universidad.

Anexo 6

Ejemplos de posibles postgrados (másters)

- 1. Máster en “Matemáticas de la Ingeniería”**
- 2. Máster en “Matemáticas de las T.I.C”**
- 3. Máster en “Matemáticas de la Industria”**
- 4. Máster en “Matemáticas de la Economía y la Empresa”**
- 5. Máster en “Matemáticas de las Finanzas”**
- 6. Máster en “Estadística Aplicada”**
- 7. Máster en “Estudios Avanzados de Matemáticas”**

1. MÁSTER EN “MATEMÁTICAS DE LA INGENIERÍA”

Perfil

Se trata de ofrecer una formación especializada en modelización matemática y simulación numérica en ordenador para matemáticos/ingenieros destinados a trabajar en empresas de alta tecnología y equipos interdisciplinarios de I+D de las universidades, centros de investigación o industrias de ingeniería civil, químico-farmacéuticas, medioambientales, salud, ... como expertos en los modelos matemáticos y herramientas informáticas que se utilizan en estos sectores.

Objetivos

- Estudio riguroso de los modelos más importantes de la mecánica de medios continuos desde su motivación física y su correcta formulación matemática hasta la resolución numérica con vistas a la simulación en ordenador de dispositivos y procesos de la ingeniería.
- Profundizar en los conocimientos en ecuaciones en derivadas parciales, métodos numéricos e informática que permitan el planteamiento y la búsqueda de soluciones en problemas de contexto industrial.
- Adquirir una formación especializada en cálculo científico y simulación numérica en física e ingeniería que permita la inserción en los equipos de I+D de los sectores industriales mencionados.

Destrezas:

- Conocer a fondo la motivación física y el planteamiento matemático de los modelos más importantes de la mecánica de medios continuos: elasticidad, fluidos, transferencia de calor, electromagnetismo, reacciones químicas.
- Ser capaz de plantear matemáticamente problemas industriales o semi-industriales de cierta complejidad en los campos anteriores, identificar o idear métodos de aproximación y resolución numérica en ordenador.
- Conocer las herramientas informáticas, de programación y de diseño y análisis asistido por ordenador (CAD/CAE) para implantar en ordenador dichos métodos, visualizar gráficamente e interpretar los resultados, validar los modelos y los métodos, obtener conclusiones sobre el modelo y el posible control del proceso que ayude en la toma de decisiones.

Contenidos fundamentales:

- Modelización matemática de problemas industriales o semi-industriales en ingeniería (sólidos, fluidos, térmica, electromagnetismo, reacciones químicas)
- Integración numérica de ecuaciones en derivadas parciales (diferencias finitas, elementos finitos).
- Métodos numéricos avanzados (métodos numéricos en optimización, grandes sistemas lineales con matriz dispersa)
- Ingeniería del software de cálculo científico
- Paquetes comerciales de simulación en ingeniería.
- Proyecto fin de Máster: simulación numérica de un dispositivo o proceso característico en los sectores industriales mencionados.
-

Contenidos optativos:

- Bases de datos y redes de comunicación
- Cálculo vectorial y paralelo
- Criptografía y seguridad computacional
- Procesamiento de imágenes
- Sistemas expertos
- Gráficos por ordenador
- Teoría de la señal
- Control óptimo
-

2. MÁSTER EN “MATEMÁTICAS DE LAS T.I.C.”

Perfil

Se trata de ofrecer una formación especializada en matemáticas e informática para matemáticos/ingenieros/informáticos destinados a trabajar en empresas de alta tecnología y equipos interdisciplinares de I+D en las universidades, centros de investigación o industrias de las tecnologías de la información y comunicación (informática, telecomunicación, electrónica, bases de datos, industrias del *software*, programación, redes transmisión de la señal, ...) como expertos en los métodos matemáticos y herramientas informáticas que se utilizan en estos sectores.

Objetivos

- Estudio avanzado de los modelos y métodos matemáticos propios de las ingenierías y sectores relacionados con las T.I.C.
- Profundizar en los conocimientos de matemáticas (matemática discreta, métodos computacionales del álgebra y la geometría, análisis de Fourier, cálculo numérico, investigación operativa) y programación avanzada que permitan el planteamiento y la búsqueda de soluciones en problemas de contexto industrial en las T.I.C.
- Adquirir una formación práctica especializada que permita la inserción en los equipos de I+D de los sectores industriales y empresariales mencionados .

Destrezas:

- Ser capaz de plantear matemáticamente problemas industriales o semi-industriales de cierta complejidad en el campo de las T.I.C., identificar o idear métodos matemáticos teórico-computacionales para su resolución.
- Conocer las herramientas informáticas, de programación y de diseño y análisis asistido por ordenador (CAD/CAE) para desarrollar dichos métodos, interpretar los resultados, validar los modelos y obtener conclusiones, en situaciones de restricción de tiempo y recursos.

Contenidos fundamentales

- Modelización matemática de sistemas y problemas industriales o semi-industriales en las T.I.C. (redes, teoría de la señal, teoría de colas, cadenas de Markov, redes de Petri, ...).
- Matemática discreta.
- Métodos numéricos avanzados (métodos numéricos en optimización, grandes sistemas lineales con matriz dispersa, ...).
- Programación avanzada (programación orientada a objetos, programación distribuida, ...).
- Bases de datos y redes de comunicación (bases de datos relacionales, introducción a las redes locales y recursos compartidos: www, e-mail, FTP, ...).
- Proyecto: Planteamiento/resolución de un problema o simulación de un proceso característicos de los sectores industriales de las T.I.C.

Contenidos optativos

- Sistemas operativos.
- Métodos computacionales del álgebra y la geometría.
- Teoría y métodos numéricos en ecuaciones diferenciales.
- Cálculo vectorial y paralelo.
- Criptografía y seguridad computacional.
- Tratamiento y procesado de imágenes.
- Sistemas expertos.
- Gráficos por ordenador.
- Inteligencia artificial.
- Grafos y complejidad.
- Transmisión de la información
- Introducción a la economía.
- Visión por ordenador.
-

3. MÁSTER EN “MATEMÁTICAS DE LA INDUSTRIA”

Perfil.

Se trata de ofrecer una formación suplementaria en Informática y Matemática Industrial que potencie la inserción de los matemáticos en empresas de alta tecnología, equipos R+D, consultorias, etc. como expertos en los modelos matemáticos y las herramientas informáticas que se usan en estos sectores industriales y empresariales próximos a las ingenierías.

Prerequisitos

- Ecuaciones en Derivadas Parciales.
- Investigación Operativa.
- Modelización Matemática.
- Análisis de Fourier.

Materias Obligatorias:

- Programación Avanzada (Programación orientada a objetos: Java, C++,...)
- Integración Numérica de Ecuaciones en Derivadas Parciales.
- Bases de datos y redes de comunicación (Bases de datos relacionales, introducción a las redes locales y compartición de recursos: www, e-mail, FTP, news, ...)
- Planificación de la Producción (Introducción a los problemas de planificación y utilización de técnicas experimentales basadas en la simulación digital).
- Introducción a la Economía.
- Proyecto fin de máster

Materias Optativas

- Criptografía y Seguridad Computacional.
- Procesamiento de imágenes (Tratamiento y análisis de imágenes digitales por ordenador. Eliminación del ruido, distorsiones geométricas, etc.)
- Visión por Computador.
- Inteligencia Artificial.
- Grafos y Complejidad (Aplicación de los grafos a problemas de optimización)
- Tratamiento y transmisión de señales (Representación y tratamiento de señales discretas y estudios de filtros).
- Economía y organización industrial.
- Sistemas expertos.
- Gráficos por ordenador (Representación y visualización de gráficos 2D y 3D).
-

4. MÁSTER EN “MATEMÁTICAS DE LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA”

Perfil.

Se trata de ofrecer una formación suplementaria en Economía y Empresa que potencie la inserción de los matemáticos en empresas y instituciones como expertos en técnicas y métodos de previsión, organización empresarial y finanzas.

Prerequisitos:

- Modelos lineales.
- Series temporales.
- Investigación operativa.
- Análisis multivariante.

Materias obligatorias :

- Programación avanzada (programación orientada a objetos, programación distribuida, ...).
- Microeconomía.
- Macroeconomía.
- Econometría.
- Teoría de juegos (teoría de la elección individual, juegos cooperativos y no cooperativos, equilibrio de Nash).
- Teoría y métodos numéricos en ecuaciones diferenciales
- Proyecto fin de máster.

Materias optativas:

- Microeconomía avanzada.
- Macroeconomía avanzada.
- Marketing e investigación comercial (aplicación de las técnicas de análisis multivariante a la investigación de mercados).
- Análisis de mercados financieros y gestión de carteras (estudio de los mercados financieros de títulos primitivos y títulos derivados, estrategias financieras).
- Valoración de productos financieros derivados
- Organización industrial.
- Control de calidad.

5. MÁSTER EN “MATEMÁTICAS DE LAS FINANZAS”

Perfil.

El objetivo del máster es formar especialistas en matemáticas financieras, básicamente en el ámbito de los productos derivados (valoración de productos derivados, y su cobertura) y de gestión del riesgo (evaluación y control de riesgos), con los conocimientos necesarios de procesos estocásticos, ecuaciones en derivadas parciales, métodos numéricos y simulación, para gestionar los productos financieros existentes y desarrollar otros nuevos según las necesidades del mercado. Dichos especialistas podrían incorporarse en los servicios de valoración de opciones o de gestión del riesgo de las entidades bancarias.

Prerequisitos

- Modelos Lineales.
- Series Temporales.
- Investigación Operativa.
- Ecuaciones en derivadas parciales.
- Métodos numéricos

Materias Obligatorias :

- Conceptos básicos de Finanzas
- Macroeconomía.
- Econometría.
- Series temporales avanzadas
- Medida y control de riesgos
- Modelos estocásticos en Finanzas (valoración de opciones, fórmula de Black-Scholes).
- Ecuaciones en derivadas parciales en Finanzas
- Métodos numéricos y simulación
- Proyecto fin de máster

Materias Optativas:

- Valoración de carteras.
- Técnicas actuariales
- Microeconomía
- Análisis multivariante
-

6. MÁSTER EN “ESTADÍSTICA APLICADA”

Perfil

Se trata de ofrecer una formación especializada en el dominio y correcta utilización de los métodos estadísticos, para poder interpretar, valorar y extraer toda la información a los datos procedentes de distintos ámbitos. Este máster está especialmente dirigido a matemáticos interesados en trabajar como expertos en estadística en empresas o equipos interdisciplinares de I+D en los sectores medioambiental, sanitario, financiero, etc.

Objetivos

- Introducir a los alumnos en métodos estadísticos con un enfoque eminentemente aplicado y multidisciplinar.
- Estudio riguroso de la metodología estadística, capacitando a los alumnos para diseñar y analizar modelos teóricos apropiados.
- Conseguir que los alumnos alcancen una madurez superior en los métodos más recientes de Estadística e Investigación Operativa, haciendo posible la futura investigación en dichos campos.
- Adquirir una formación especializada en software estadístico.

Destrezas

- Ser capaz de plantear y analizar modelos estadísticos apropiados en distintos campos científicos.
- Conocer con soltura software estadístico, así como las herramientas informáticas y de programación para implantar en ordenador dichos modelos, visualizar gráficamente e interpretar los resultados.

Contenidos fundamentales

- Modelización estocástica
- Modelos de regresión
- Series de tiempo
- Simulación y métodos de computación
- Técnicas de muestreo
- Estimación no paramétrica de curvas
- Técnicas de estadística espacial
- Modelos de la investigación operativa
- Modelos de análisis multivariante
- Modelos de tipo biosanitario
- Control estadístico de la calidad
- Proyecto fin de máster.

7. MÁSTER DE “ESTUDIOS AVANZADOS EN MATEMÁTICAS”

CONSIDERACIONES PREVIAS

La función del postgrado en estudios avanzados en Matemáticas debe ser proporcionar al alumno los contenidos y herramientas necesarios para que esté en condiciones de elaborar una tesis doctoral en Matemáticas, y dedicarse profesionalmente a la investigación y la docencia universitaria.

Esta función debería cumplirse teniendo en cuenta que las Universidades determinarán autónomamente una parte importante de los contenidos de las Licenciaturas en Matemáticas, y que el acceso al Doctorado en Matemáticas va a estar abierto tanto a personas que hayan obtenido la licenciatura en Matemáticas en otros países, como a licenciados en otras disciplinas. Entendemos que existen una serie de materias que quienes vayan a dedicarse a la investigación en Matemáticas deberían conocer con mayor o menor detalle. Entre ellas, podríamos incluir

1. **Análisis Funcional** (espacios de Hilbert, sistemas ortonormales, bases hilbertianas, espacios de Banach, teoremas fundamentales, dualidad, ...)
2. **Introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales** (EDPs de primer orden, ecuaciones elementales de segundo orden, separación de variables, principio del máximo, modelos y aplicaciones)
3. **Introducción a las estructuras algebraicas** (números algebraicos, complementos de teoría de grupos, anillos, ideales y cuerpos, extensiones finitas)
4. **Variiedades diferenciales** (Teoría local de curvas planas y alabeadas. Introducción a la teoría de superficies. Primera forma fundamental. Geometría intrínseca y extrínseca de superficies. Teorema fundamental de superficies).
5. **Introducción a la teoría de funciones de variable compleja** (funciones holomorfas, teorema de Cauchy-Riemann, representación conforme, teorema de Cauchy, representación integral de Cauchy, teorema de los residuos)
6. **Introducción a la Optimización** (geometría de los conjuntos poliédricos, programación lineal, convexidad, condiciones de optimalidad en programación no lineal, métodos numéricos en optimización, aplicaciones)
7. **Análisis Numérico de las Ecuaciones Diferenciales** (Métodos elementales de resolución de problemas de Cauchy, método de diferencias finitas para problemas de contorno, implementación, aplicaciones)
8. **Estadística Matemática** (variables aleatorias y modelos, regresión y correlación, distribuciones multidimensionales, convergencias, métodos de estimación puntual paramétrica, regiones de confianza y contraste de hipótesis)

ESTRUCTURA GENERAL Y ACCESO

Para acceder al Máster en Estudios Avanzados se requerirá un título de Licenciado, así como acreditar haber cursado (en grado o postgrado) un cierto número de créditos (a determinar) del total de materias antes mencionadas. Para acceder al Doctorado en Matemáticas se requerirá un título de Máster.

De 90 a 120 créditos ECTS de duración. En él se ofertarían cursos de dos tipos: **Generales** (de carácter introductorio sobre grandes áreas temáticas, por ejemplo, de las anteriormente citadas) y **Específicos** (cursos especializados sobre nuevas áreas de investigación, de tipo instrumental, o cursos encuadrables en programas de Máster de otras materias). Además el alumno deberá realizar un **Proyecto final de máster** consistente en la realización de un trabajo de iniciación a la investigación de un mínimo de 30 créditos ECTS.

Sería recomendable que el alumno visitara (para seguir cursos o bien preparar el trabajo de investigación) durante un semestre otro centro nacional o extranjero, usando los programas de becas basados en acuerdos de movilidad nacionales e internacionales.

Superadas las pruebas pertinentes y defendido el trabajo de investigación, el alumno recibe el título de **Máster de Estudios Avanzados en Matemáticas**.